PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 16. 15. August 1912. Redaktionsschluß für No. 17 am 10. August 1912. 13. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:
Ch. L. Lindemann, Über die Temperaturabhängigkeit des thermischen Ausdehnungskoeffizienten. II. S. 737.
J. Elster u. H. Geitel, Ein lichtelektrisches Photometer für sichtbares Licht. S. 739.
A. Baxmann, Die Messung hoher Wechselstromspannungen mittels des Quadrantelektrometers. S. 744.
Ph. Frank u. H. Rothe, Zur Herleitung der Lorentztransformation. S. 750.
M. v. Pirani, Über den spezifischen Widerstand und das Absorptionsvermögen des Wolframs bei hohen Temperaturen. S. 753.
A. Mayer, Zur Frage der Bestimmung des elektrischen Elementarquantums an Metallsuspensionen. S. 754.
A. Righi, Die Emission von Ionen und Elektronen seitens eines Funkens in verdünnter Luft und die ionomagnetischen Drehungen. I. S. 755.
C. Zeissig, Graphische Bestimmung eines Erdbeben-Epizentrums an den Ankunftszeiten *P*. S. 767.
K. Bergwitz, Die Registrierung des atmosphärischen Potentialgefälles am 16. u. 17. April (Tag der Sonnenfinsternis) zu Braunschweig. S. 767.
H. Lorenz, Die Biegung krummer Rohre. S. 768.
F. Fischer u. R. Lepsius, Über eine konstante Form des Brennstoffelementes. S. 774.
G. Berndt, Luftelektrische Beobachtungen in Argentinien. IV. Beobachtungen im Kamp. S. 775.
Vorträge und Reden:
H. du Bois, Das Lebenswerk Lord Kelvins auf dem Gebiete der Elektrizität und des Magnetismus. S. 776.
Besprechungen:
Deutsche Südpolar-Expedition 1901 bis 1903. S. 789.
A. Byk, Einführung in die kinetische Theorie der Gase. I. S. 789.
J. D. van der Waals, Die Zustandsgleichung. S. 790.
O. Hecker, Beobachtungen an Horizontalpendeln über die Deformation des Erdkörpers unter dem Einfluß von Sonne und Mond. II. S. 791.
E. Anding, Sechsstellige Tafeln der Besselschen Funktionen imaginären Arguments. S. 791.
M. v. Rohr, Die optischen Instrumente. S. 792.
Tagesereignisse. S. 792.
Personalien. S. 792.
Gesuche. S. 792.

ORIGINALMITTEILUNGEN

Über die Temperaturabhängigkeit des thermischen Ausdehnungskoeffizienten. II.

(Aus dem physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin.)

Von Charles L. Lindemann.

In dieser Zeitschrift **12**, 1197—1199, 1911 erschien die Beschreibung einer Anordnung, die außerordentlich rasch und bequem die Messung der Wärmeausdehnung in verschiedenen Temperaturintervallen auszuführen gestattet. Da es damals nur auf relative Messungen ankam, genügte die damals erreichte Genauigkeit der Resultate. Bei vorliegender Untersuchung ist aber eine Führung am oberen Stabende angebracht worden, welche eine bedeutende Verbesserung des Instruments darstellt, weil dadurch eine etwaige seitliche Verschiebung am Stützpunkt verhindert und ein jegliches Nachstellen des Fokus vermieden wird. Auch können die zu untersuchenden Stäbe von beliebigem Querschnitt gewählt werden, solange dieselben die nötige Länge von 100 mm haben, da sie zwischen zwei Spitzen von geschmolzenem Quarz eingespannt werden, statt wie bei dem früheren Apparat in eine Hülse zu passen[1]).

Für die Metalle war die von Grüneisen zuerst empirisch gefundene und später theoretisch abgeleitete Beziehung $\frac{\alpha}{Cp} = \text{const}$ bis zu der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs herab geprüft und im großen ganzen bestätigt worden. Diese Übereinstimmung war am ehesten bei den Metallen zu erwarten, da diese sicherlich einatomig sind und sich der Verlauf ihrer Atomwärme durch die Nernst-Lindemannsche Formel mit einer Frequenz darstellen läßt. Es erschien nun von Interesse, den Ausdehnungskoeffizienten von einigen mehratomigen Körpern zu untersuchen, da, wie schon Grüneisen selbst hervorgehoben hat, die Beziehung $\frac{\alpha}{Cp} = \text{const}$ nur dann zu gelten braucht, wenn sich der Verlauf der spezifischen Wärmen durch eine einzige Frequenz darstellen läßt. Dies ist im allgemeinen nur bei den Metallen der Fall, abgesehen von dem regulär kristallisierenden Diamanten[1]). Die übrigen in Betracht kommenden Metalloide (Schwefel, Jod, Graphit usw.) ließen sich nicht in den erforderlichen Dimensionen (Stäbe von etwa 5 mm Durchmesser und 100 mm Länge) beschaffen. Man mußte sich daher bequemen, auf die Verbindungen zurückzugreifen, die als typisch angesehen werden konnten.

Als einfachste Verbindung sowohl in chemischer wie in physikalischer Hinsicht kam in erster Linie das Steinsalz in Betracht. Der

1) Die mit diesem Instrument gefundenen Werte zeigen eine sehr befriedigende Übereinstimmung mit den Literaturwerten.

1) Vgl. F. A. Lindemann, C. R. du Conseil Solvay, Bruxelles 1911.

Temperaturverlauf seiner mittleren Atomwärmen läßt sich durch die einfache Nernst-Lindemannsche Formel unter Einsetzung der aus den Reststrahlen berechneten Eigenfrequenzen ausgezeichnet wiedergeben, wie ja diese einfache Formel überhaupt bei regulär kristallisierenden Körpern ohne weiteres zu stimmen scheint. Beim Steinsalz liegen übrigens die Frequenzen der Ionen so nahe beieinander, daß man ohne merklichen Fehler mit der mittleren Eigenfrequenz rechnen kann. Bedauerlicherweise war hier eine strenge Prüfung der Grüneisenschen Beziehung nicht durchzuführen, da der Steinsalzstab, dessen Ausdehnungskoeffizient außerordentlich groß war, das größeren Temperaturintervall, Zimmertemperatur — flüssige Luft, nicht aushielt und zersprang. Da aber die Messungen der Ausdehnung zwischen flüssiger Luft und flüssigem Wasserstoff schon gemacht waren, läßt sich unter Zuhilfenahme der Werte von Fizeau und Pulfrich im Intervall 40°—60° C zeigen, daß der Quotient aus spezifischer Wärme und Ausdehnungskoeffizient einigermaßen konstant bleibt, welches dafür spricht, daß die Temperaturabhängigkeit des Ausdehnungskoeffizienten wie bei den Metallen durch dieselbe Funktion dargestellt werden kann wie die spezifische Wärme.

Als Beispiel eines nicht regulär kristallisierenden Körpers wurde Quarz gewählt. Die Molekularwärme desselben läßt sich nämlich nur unter Zuhilfenahme verschiedener Frequenzen als Funktion der Temperatur darstellen und lag deswegen die Vermutung nahe, daß sich dieselben bei der Berechnung des Ausdehnungskoeffizienten verschieden stark bemerkbar machen würden, eventuell sogar senkrecht und parallel zur Achse in verschiedenem Maße. Die Vermutung hat sich auch in der Tat insofern bestätigt, als die Ausdehnungskoeffizienten lange nicht so stark abnehmen wie die mittleren Atomwärmen; es sind aber naturgemäß nicht genügend Punkte vorhanden, um die neue Kurve aufzeichnen zu können und daraus den Einfluß der verschiedenen Frequenzen festzustellen. Bemerkenswert bleibt, daß die Ausdehnungskoeffizienten senkrecht und parallel zur Achse nahezu nach dem gleichen Gesetz abzunehmen scheinen.

Als bekanntester Vertreter der Gruppe der unterkühlten Flüssigkeiten wurde der Ausdehnungskoeffizient eines Glasstabes bei verschiedenen Temperaturintervallen bestimmt. Hier hat man es sicher mit einer Reihe von ganz ausgedehnten Schwingungsbanden zu tun und läßt sich deswegen eine Proportionalität mit der spezifischen Wärme gar nicht erwarten. Wie aus der Tabelle ersichtlich, nimmt auch hier der Ausdehnungskoeffizient bei sinkender Temperatur weniger ab wie die spezifische Wärme.

Als einfachste, bequem zugängliche unterkühlte Flüssigkeit wurde das geschmolzene Borsäureanhydrid noch untersucht. Es ist zu vermuten, daß sich die spezifische Wärme durch eine Formel mit nicht allzu vielen Eigenfrequenzen darstellen läßt. Dieses zeigt auffallenderweise eine verhältnismäßig geringe Abnahme des Ausdehnungskoeffizienten, wenn auch ein genauer Vergleich mit dem Temperaturverlauf der spezifischen Wärme mangels Kenntnis derselben bei ganz tiefen Temperaturen vorderhand nicht möglich ist.

Folgende Tabelle gibt eine Übersicht der gewonnenen Ergebnisse:

Substanz	T_1	T_2	T	ΔT	Δl (mm)	$\alpha \cdot 10^6$ [1])	C_v	$\frac{\alpha}{C_v} \cdot 10^6$ [1])
Steinsalz	313,0	333,0	323,0	20,0	—	40,39	5,73	7,05
„	20,4	80,4	50,4	60,0	0,0650	10,80	1,90	5,70
Quarz =	81,9	289,0	185,9	208,0	0,1095	5,23	2,61	2,01
„	80,0	90,2	85,1	10,2	0,0040	3,92	0,98	4,00
„	20,4	81,0	50,7	60,6	0,0120	1,98	0,47	4,22
Quarz ⊥	81,7	290,8	186,3	209,2	0,2190	10,50	2,61	4,03
„	80,0	90,0	85,0	10,0	0,0080	8,00	0,98	8,17
„	20,4	80,6	50,5	60,2	0,0274	4,55	0,47	9,69
Glas	290,2	355,2	322,7	65,0	0,0580	9,02	(0,208)	43,4
„	82,9	289,9	186,4	207,0	0,1514	7,37	0,1340	55,0
„	80,0	90,0	85,0	10,0	0,0050	5,05	0,0645	78,5
„	20,4	80,7	50,6	60,3	0,0164	2,74	0,0370	74,0
Borsäure	362,0	300,5	331,3	61,5	0,0890	14,5	3,06 [2])	4,73
„	82,9	291,0	187,0	208,0	0,2864	13,8	2,06 [2])	6,70
„	80,0	90,0	85,0	10,0	0,0118	11,8	—	—
„	20,4	79,5	49,9	59,1	0,0487	8,2	—	—

1) In den beiden Tabellen zu dem früheren Artikel in dieser Zeitschr. **12**, 1197—1199, 1911, ist an diesen Stellen irrtümlicherweise der Exponent als 6 statt als 7 wiedergegeben worden. — 2) Nach einer freundlichen mündlichen Mitteilung von Herrn Ewald, der sich im Phys. Chem. Institut mit der Messung von spezifischen Wärmen beschäftigt.

Wo es angängig war, steht in der letzten Vertikalreihe der Quotient vom Ausdehnungskoeffizienten durch Atomwärme, wie es auch in der obenerwähnten Arbeit der Fall war. Bei Glas mußte selbstverständlich die spezifische Wärme an Stelle der Atomwärme gesetzt werden. Der Vergleich beider Tabellen läßt es wahrscheinlich erscheinen, daß die Grüneisensche Beziehung nur bei den Körpern einigermaßen Geltung beanspruchen kann, bei denen der Temperaturverlauf der Atomwärme mittels einer einzigen Eigenfrequenz dargestellt werden kann. Das Ergebnis der ganzen Untersuchung dürfte dahin zusammengefaßt werden, daß der Ausdehnungskoeffizient in der Nähe des absoluten Nullpunkts verschwindet. Als zweites Resultat wäre zu erwähnen, daß der Ausdehnungskoeffizient bei keinem der untersuchten Substanzen außer Steinsalz (wo der höhere Wert nicht streng vergleichbar ist, da er der Literatur entnommen und nicht von demselben Stück und von demselben Apparat herrührt) rascher abnahm wie die spezifische Wärme, welches man vielleicht so aussprechen dürfte, daß die langsamen Frequenzen den größten Einfluß auf den Ausdehnungskoeffizienten haben.

Für sein stetes förderndes Interesse an dieser Arbeit sei mir auch an dieser Stelle gestattet, Herrn Prof. Nernst meinen tiefsten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 4. Juli 1912.)

Ein lichtelektrisches Photometer für sichtbares Licht.

Von J. Elster und H. Geitel.

Schon vor längerer Zeit haben wir vorgeschlagen[1]), den Photoeffekt an Metallen zur Messung von Lichtstärken zu benutzen, nachdem sich herausgestellt hatte, daß die Intensität des lichtelektrischen Stromes der des erregenden Lichtes in weiten Grenzen proportional ist.

Der eine der auf dieses Prinzip gegründeten Apparate, das Zinkkugelphotometer[2]), dient ausschließlich zur Messung der ultravioletten Sonnenstrahlung. Trotz erheblicher Schwierigkeiten in der Handhabung, die wesentlich in der bekannten photoelektrischen Ermüdung von Metallflächen bei Berührung mit der Luft beruhen, ist dies Instrument bei meteorologischen Untersuchungen in verschiedenen Klimaten und Meereshöhen vielfach mit Erfolg angewendet worden[1]).

Dagegen hat das Photometer für sichtbares Licht, dessen wirksamer Bestandteil eine Kathodenfläche aus reinem Alkalimetall in einem verdünnten Gase bildet, noch nicht die Beachtung gefunden, die es uns seiner vielseitigen Verwendbarkeit und seiner sicheren Handhabung nach zu verdienen scheint. Vielleicht sind es Zweifel an der Konstanz der lichtelektrischen Zellen gewesen, vielleicht auch Bedenken wegen der überwiegenden Empfindlichkeit der Alkalimetalle gegen blaues und violettes Licht, die einer allgemeinen Anwendung im Wege gestanden haben.

Was die Konstanz der Zellen anlangt, so ist das Fehlen jeder Ermüdung während der Dauer der Belichtung auch von anderer Seite nachgewiesen worden[2]). Ein allmählicher Rückgang der Empfindlichkeit im Laufe von Wochen und Jahren, auf den zuerst Herr Dember[3]) aufmerksam machte, hat seine Aufklärung darin gefunden, daß das Alkalimetall die Gasreste der Zelle allmählich absorbiert. Der Mangel wird vollständig durch Einführung von Argon oder Helium an Stelle des bis dahin verwandten Wasserstoffs beseitigt. Auch kann die Lichtempfindlichkeit gegenüber größeren Wellenlängen durch eine Änderung der Oberflächenbeschaffenheit des Alkalimetalls[4]) (durch Einwirkung des Glimmstromes in Wasserstoffatmosphäre) so weit erhöht werden, daß selbst im Ultrarot noch ein merkbarer Photoeffekt besteht[5]).

Wird als Material der Zelle Uviolglas gewählt, so läßt sich andererseits der hindurchgelassene, also am Kalium wirksame Spektralbereich bis 240 $\mu\mu$ ausdehnen.

Von früheren Lichtmessungen mit Hilfe

1) J. Elster u. H. Geitel, Über die Vergleichung von Lichtstärken auf photoelektrischem Wege. Wied. Ann. **48**, 625, 1893.

2) Wien. Ber. **101**, (Abt. IIa), 788ff., 1892; diese Zeitschr. **5**, 238, 1904.

1) F. Exner, Wien. Ber. **108**, (Abt. IIa), 371, 1899; H. Mache, ibid. **109**, (Abt. IIa), 656, 1900; A. Gockel, Collectanea Friburgensia. Neue Folge IV. Freiburg (Schweiz) 1902; C. Dorno, Licht und Luft des Hochgebirges. Braunschweig, Vieweg. 1911; C. Alessandri, Meteorolog. Zeitschr. **26**, 54, 1909; H. Dember, diese Zeitschr. **13**, 207, 1912.

2) E. v. Schweidler, diese Zeitschr. **4**, 136, 1902; K. Bergwitz, diese Zeitschr. **8**, 373, 1907; H. Dember, diese Zeitschr. **9**, 189, 1908.

3) H. Dember, diese Zeitschr. **9**, 189, 1908.

4) Von allen Alkalimetallen ist das am leichtesten zu behandelnde das Kalium; es ist einigermaßen luftbeständig, destilliert im Vakuum leicht, ohne das Glas anzugreifen und bringt im Moment des Schmelzens die Glaswand nie zum Zerspringen, was metallisches Natrium so leicht tut. Dabei ist ein augenfälliger Unterschied hinsichtlich der Lichtempfindlichkeit zwischen durch den Glimmstrom sensibilisiertem Kalium einerseits und sensibilisiertem *Rb*, *Cs* und *Na* anderseits nicht vorhanden.

5) J. Elster u. H. Geitel, diese Zeitschr. **12**, 609, 1911; **11**, 257, 1910.

photoelektrischer Alkalimetallzellen erwähnen wir noch die Aufnahme der Lichtkurve während der totalen Sonnenfinsternis[1]) am 30. August 1905 in Palma (Mallorca) durch F. Harms und photometrische Bestimmungen der Stärke des Mondlichtes während der totalen Mondfinsternis[2]) vom 16. zum 17. November 1910.

Wir möchten im folgenden ein Instrument beschreiben, bei dessen Konstruktion sowohl die Verbesserungen der Alkalimetallzellen selbst sowie auch neuere Erfahrungen an den elektrischen Meßinstrumenten Berücksichtigung gefunden haben. In erster Linie ist es für die Messung des sichtbaren Bereiches des Sonnen- und Tageslichtes bestimmt, kann aber, unter Anwendung empfindlicher Strommesser, noch bis zu Lichtstärken von einigen Tausendstel Hefnerkerzen hinunter benutzt werden.

Die äußere Ansicht des Photometers[3]) gibt Fig. 1, Fig. 2 zeigt das Instrument im senkrechten Durchschnitt.

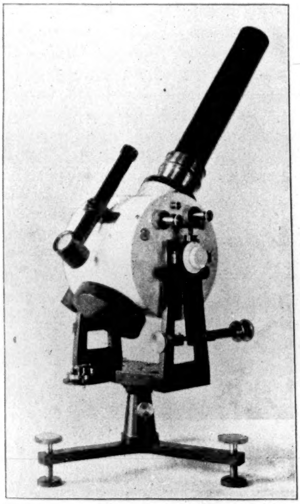


Fig. 1.

Die lichtelektrische Zelle Z (Fig. 2) ist in eine um die Achse HH drehbare lichtdichte Metallkapsel P eingebaut, und zwar so, daß der als Anode dienende ringförmige Platindraht Pt in der Drehungsachse liegt. Das Alkalimetall ist auf der Silberschicht Ag niedergeschlagen und steht vermittels eines durch das Glas hindurchgeschmolzenen Platindrähtchens mit der Klemme K_2 (am Apparat durch ein Minuszeichen kenntlich gemacht) in Verbindung, während von der Anode Pt ein Draht nach der Klemme K_1 (am Apparat mit Plus bezeichnet) gezogen ist. Der Schutzring S, angeschlossen an die geerdete Klemme E, verhindert den Übertritt des Stromes über die äußere Glaswand. Der Lichtzutritt erfolgt durch das abschraubbare[1]), innen geschwärzte und mit einer Verschlußkappe F versehene Metallrohr R; die Irisblende I gestattet die Regulierung des Lichtzutrittes. Der Durchmesser der Blendenöffnung wird auf einer Teilung abgelesen. Die Mattscheibe M ist aus Uviolglas gefertigt und bezweckt, daß die Zelle nur von diffusem Lichte getroffen wird; man vermeidet so, indem man das erregende Licht gleich-

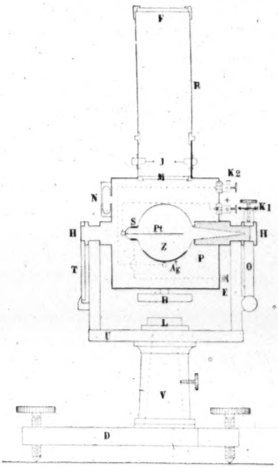


Fig. 2.

mäßig zerstreut, einen Fehler, der bei ungleichförmiger Lichtverteilung in der Zelle durch den bei schräger Inzidenz auftretenden selektiven Effekt[2]) bewirkt werden könnte. Zugleich schließt diese Platte den Innenraum einiger-

1) J. Elster, H. Geitel u. F. Harms, Terr. Magn. 11, No. 1, 1906.

2) J. Elster u. H. Geitel, diese Zeitschr. 11, 1212, 1910.

3) Das Instrument wurde nach unsern Angaben von der Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig angefertigt.

1) Beim Photometrieren von divergentem oder nur unvollkommen parallem Licht ist das Rohr R zu entfernen.

2) R. Pohl u. P. Pringsheim, Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 357, 1910 u. 12, 682, 1910.

maßen luftdicht ab, so daß die äußeren Glaswände der Zelle mittels der Natriumtrocknung *N* gut isolierend erhalten werden können.

Unmittelbar vor der Mattscheibe lassen sich vermittels einer ringförmigen Verschraubung kreisrunde Glasplatten als Lichtfilter einfügen. Bei Messungen im Sonnenlicht steht an sich nichts im Wege, mit spektral zerlegtem Lichte zu arbeiten; die Apparatur würde dadurch aber weit komplizierter werden, und der Apparat würde vor allem seine leichte Transportfähigkeit einbüßen. Es bietet keine Schwierigkeit, durch Einschaltung entsprechender Gläser an der oben bezeichneten Stelle einigermaßen homogenes rotes, gelbes oder grünes Licht herauszufiltrieren. Ein Lichtfilter aus sogenanntem Jenenser Blauglas (Schott u. Gen., Jena) liefert fast reines Blau mit einer Spur Grün (Grenzen der Durchlässigkeit vom äußersten Grün bis 480 $\mu\mu$), während eine Blende aus Jenenser Blauuviolglas außer einer Spur Rot im wesentlichen nur die photographisch wirksamen Strahlen, nämlich Blauviolett und das Ultraviolett bis 240 $\mu\mu$ passieren läßt. Da die Alkalimetalle, wenn man wie hier den normalen und selektiven Effekt zugleich wirken läßt, gegenüber den ultravioletten Strahlen des Sonnenlichtes weniger empfindlich sind als gegenüber dem Blau und Grün, so ist die Photometrierung dieses Anteils nur durch Verwendung eines zweiten Filters möglich, das zwar für Blau und Violett durchlässig ist, nicht aber für das Ultraviolett. Als ein derartiges Filter dient eine dünne, planparallele Flintglasplatte in geeigneter Metallfassung aufsteckbar auf das obere Ende des Rohres *R*. Die Differenz der photoelektrischen Stromintensitäten bei Verwendung des Blauuviolfilters mit und ohne vorgeschaltete Flintglasplatte gibt alsdann die Wirkung der ultravioletten Strahlung[1]). Da die Kapsel *P* um die Achse *HH* drehbar angeordnet ist, so kann das Rohr *R* innerhalb der Vertikalebene in jede beliebige Lage gebracht werden; da ferner die Gabel *U*, welche die Lager für die Achse *HH* trägt, um den Zapfen *V* drehbar ist, so läßt sich das Rohr *R* nach Art des Fernrohrs eines Theodoliten auf jeden Punkt des Himmelsgewölbes einstellen.

1) Es liegt der Gedanke nahe, zur Bestimmung der ultravioletten Sonnenstrahlung an Stelle der Alkalimetalle solche zu verwenden, für die der lichtelektrische Effekt erst bei etwa 320 $\mu\mu$ mit voller Deutlichkeit einsetzt, auf die also das sichtbare Licht eine nur ganz untergeordnete Wirkung ausübt. Derartige Metalle sind Zink und Kadmium; beide lassen sich, das letztere besonders leicht, im über glühenden Kalzium hergestellten Vakuum in Gefäßen aus thüringer Glas destillieren. Derartige mit Kadmium beschickte Zellen sind an sich zweckentsprechend, aber leider sehr empfindlich gegen leuchtenden Stromdurchgang, der, wenn er einmal versehentlich eintritt, die lichtelektrische Empfindlichkeit der Zelle auf mindestens den hundertsten Teil herabsetzt. Wir haben bislang kein Mittel gefunden, diesen Übelstand zu beseitigen.

An dem Apparat ist ferner eine Vorrichtung zur Bestimmung der Sonnenhöhe angebracht. Steht der Dreifuß *D* genau horizontal, was mittels der Libelle *L* kontrolliert wird, und fallen die Sonnenstrahlen parallel zur Achse des Rohres *R* ein, so läßt sich die Erhebung (ϑ) der Sonne über dem Horizonte am Teilkreise *T* bis auf etwa $^1/_5{}^0$ ablesen. Um diese Genauigkeit zu gewährleisten, ist an dem Instrument ein Sucher (vgl. Fig. 1, das kleinere Rohr) angebracht, der ähnlich wie bei einer photographischen Handkamera das Bild der Sonne im Schnittpunkte eines auf einer Mattscheibe entworfenen Fadenkreuzes erscheinen läßt. Eine am unteren Ende von *O* (Fig. 2) angreifende Mikrometerschraube ermöglicht die Feineinstellung des Sonnenbildchens in das Fadenkreuz des Suchers.

Alle Isolationen am Apparat sind aus Bernstein gefertigt. Da dieser für Licht durchlässig ist, ist er im Innern der Kapsel *K* mit Picein überzogen oder mit metallischen geschwärzten Schutzkappen, die den Zutritt von diffusem Lichte abschneiden, versehen.

Außer der im vorstehenden beschriebenen Vorrichtung zur Aufnahme der Zelle benötigt man für diese Art photometrischer Messungen nur noch einer Stromquelle geeigneter Spannung und eines Instrumentes ausreichender Empfindlichkeit zur Messung des auftretenden photoelektrischen Stromes.

Werden die Messungen in einem Laboratorium ausgeführt, so wird man als Stromquelle eine kleine Batterie Zehnderscher Akkumulatoren (Klingelfuß & Co., Basel) jeder andern vorziehen.

Bei Messungen im Gelände, auf Bergobservatorien oder im Ballon läßt sich eine solche mit Vorteil durch eine Trockenbatterie ersetzen, zumal da es sich in diesen Fällen nur um die Photometrie des Sonnen- und Tageslichtes handelt, wobei man mit einer geringen Zahl von Elementen auskommt. Eine Trockenbatterie von genügender Konstanz, Haltbarkeit und Handlichkeit kann man sich leicht aus jenen flachen Elementen zusammenstellen, wie sie zum Betriebe elektrischer Taschenlämpchen verwandt werden, und die überall für ein billiges[1]) erhältlich sind. Eine Batterie von 42 Volt ist leicht untergebracht in einem derben Holzkästchen von 24 cm Länge, 12 cm

1) Der Preis einer Batterie von 42 Volt Klemmensprung beläuft sich auf 3,50 bis 5 Mk.

Höhe und 8 cm Breite. Da der den Elementen entnommene Strom von der Größenordnung 10^{-4} bis 10^{-6} Amp. ist, so dürfte ein Absinken der Spannung der Batterie erst nach längerem Gebrauche zu befürchten sein. Die von Herrn Bergwitz[1]) seinerzeit benutzte hat im Verlaufe von 9 Monaten eine wesentliche Abnahme ihrer Klemmenspannung nicht gezeigt.

Die Art der Schaltung ist eine sehr einfache. Man beachte, daß der negative Pol der Batterie mit der Alkalimetallfläche, also mit der Klemme K_2, verbunden werden muß, und daß man nicht versäumen darf, wenn die angelegte Spannung 80 Volt übersteigt, zwischen dem negativen Pol der Batterie und der Alkalimetallfläche einen Vorschaltwiderstand von 3000 Ohm einzuschalten. Die mit verdünntem Argon oder Helium gefüllten Zellen besitzen häufig ein so niedriges Entladungspotential, daß bereits bei 120 Volt im Dunkeln leuchtende Entladung einsetzt; bei starken Lichtreizen kann leuchtende Entladung[2]) bereits zwischen 80 und 100 Volt eintreten und bei fehlendem Vorschaltwiderstande die Zelle gefährden. Übersteigt das angelegte Potential 40 Volt nicht, so kann der Vorschaltwiderstand entbehrt werden.

Der positive Pol der Batterie und die Klemme K_1 des Photometers sind mit dem Meßinstrumente zu verbinden. Man überzeugt sich leicht, daß bei maximaler Blendenöffnung und etwa bei Verwendung eines Drehspulgalvanometers von der Empfindlichkeit 10^{-9} Amp. pro Skalenteil die Zelle im Sonnenlichte auch ohne jede Beschleunigung der Elektronen eine Ablenkung von mehreren hundert Skalenteilen hervorruft. Die so ausgelösten lichtelektrischen Elektronenstrahlen sind aber wegen ihrer geringen Geschwindigkeit so weich, daß sie bereits durch das Magnetfeld der Erde teilweise eine merkliche Ablenkung erfahren. Hierdurch kann bewirkt werden — namentlich in Zellen, bei denen der Abstand zwischen der Alkalimetallschicht und der Platinelektrode etwas groß geraten ist —, daß bei bestimmter Orientierung der Zelle im Erdfelde ein Teil der Strahlen den Anodendraht nicht trifft, wodurch natürlich die Proportionalität zwischen Photostrom und Lichtstärke aufgehoben würde. Es empfiehlt sich daher, durch Anlegung einer Spannung von 20 bis 40 Volt an die Alkalimetallfläche die Elektronen zu beschleunigen und lieber durch

1) Diese Zeitschr. **12**, 1111, 1911.

2) Geht einmal auf diese Weise durch die Zelle eine leuchtende Entladung, während 3000 Ohm Widerstand zwischengeschaltet sind, so hat dies meist eine geringe Empfindlichkeitsänderung der Zelle in dem einen oder andern Sinne zur Folge.

Verkleinern der Irisblende den photoelektrischen Strom in geeigneten Grenzen zu halten.

Als Meßapparat für die Stromstärke benutzt man im Laboratorium zweckmäßig ein Drehspulgalvanometer mit Spiegelablesung mit einer maximalen Empfindlichkeit von 10^{-9} bis 10^{-10} Amp. pro Skalenteil bei 1 m Skalenabstand. Da die Intensität des photoelektrischen Stromes bei gleichbleibender Belichtung mit der Belastung der Zelle wächst, so hat man es in der Hand, durch Vermehrung der an die Zelle angelegten Spannung Lichtstärken von der des Sonnenlichtes abwärts bis zu der einer Normalkerze zu photometrieren. Dabei ist es bequem, die Empfindlichkeit des Galvanometers durch eine einfache Umschaltung auf etwa den 20. Teil herabmindern zu können, um nicht gezwungen zu sein, mit zu minimaler Blendenöffnung zu arbeiten. Natürlich gestattet diese Methode unmittelbar nur die photometrische Vergleichung engbegrenzter gleicher Spektralbereiche. Wollte man dagegen die Gesamtstrahlung etwa eines Auerstrumpfes auf diese Weise mit der der Hefnerkerze vergleichen, so würde man wegen des Überwiegens der grünen und blauen Wellenlängen im Spektrum der ersteren Lichtquelle eine Zahl erhalten, die größer ist, als es dem physiologischen Eindrucke entspricht. Wahrscheinlich wird man durch Verwendung geeigneter Lichtfilter annähernd dasselbe erreichen wie mittels der Vergleichung ausgewählter Spektralbereiche.

Bei Beobachtungen im Ballon oder im Gelände ist die Verwendung eines Drehspulgalvanometers mit Spiegelablesung ausgeschlossen. Für diese Zwecke haben wir für die Bestimmung der kurzwelligen Sonnenstrahlung die von der Gesellschaft Nadir (Wilmersdorf-Berlin) eingeführte Galvanometertype E mit Vorteil[1]) benutzt. Es ist dies ein kleines, gut geeichtes Galvanometer in Dosenform, bei welchem die Drehspule zwischen Spitzen gelagert ist. Obwohl eine Arretierung der Spule nicht vorhanden ist, zeigt sich das preiswerte Instrument in bemerkenswerter Weise unempfindlich gegen mechanische Erschütterungen. Der Ablenkung des beweglichen Zeigers um 1 Skalenteil entspricht etwa ein Strom von $1{,}3 \cdot 10^{-6}$ Amp.

Bei Beleuchtungsstärken, die wesentlich unter einer Meterkerze liegen, muß das Galvanometer durch ein stromanzeigendes Elektrometer ersetzt werden. In diesem Falle ist für gute Erdung der Klemme E zu sorgen. Das von uns angegebene[2]) Elektrometer mit frei schwebendem, metallisierten Spinnwebfaden ist

1) Vgl. auch K. Bergwitz, l. c.

2) J. Elster u. H. Geitel, diese Zeitschr. **10**, 664, 1909.

wegen seiner geringen Kapazität und der fast momentanen Einstellung des Fadens zu derartigen Messungen besonders geeignet.

Als Nebenschluß verwandten wir bis vor kurzem einen Bronsonwiderstand, fanden indessen, daß sich mit diesem, da seine Höhe von der Belastung abhängt, keineswegs angenehm arbeiten läßt.

Wir begrüßten es daher sehr, als N. Campbell[1]) vor kurzem Xylolwiderstände empfahl, die sich in der Tat bis jetzt ausgezeichnet bewährten.

Ein derartiger Widerstand besteht im wesentlichen aus einem mit zwei Elektroden versehenen Kapillarrohre aus gut isolierendem Glase. Das Rohr wird mit einer Mischung, bestehend aus 9 Teilen Xylols und einem Teil absoluten Alkohols, gefüllt. Beide Flüssigkeiten werden vor dem Mischen durch längeres Stehenlassen über metallischem Kalzium getrocknet. Die Höhe des Widerstandes richtet sich natürlich nach der Feinheit der Kapillare und dem gewählten Mischungsverhältnis der beiden Flüssigkeiten, — es gelingt leicht, Widerstände von der Größenordnung 10^{11} Ohm auf diese Weise herzustellen.

Wir fanden die Angabe Campbells bestätigt, daß derartige Widerstände das Ohmsche Gesetz befolgen und dabei frei von Polarisation sind. Bei ihrer Verwendung muß man indes sicher sein, daß jeder Übertritt von Elektrizität über die äußere Glaswand ausgeschlossen ist. Um dies zu erreichen baut die Firma Günther & Tegetmeyer auf unsern Vorschlag die Kapillare W (Fig. 3) in einen

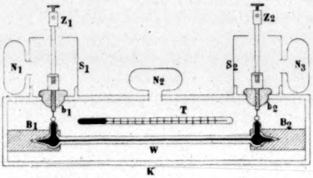


Fig. 3.

Metallkasten K ein, dessen Innenraum durch die Natriumtrocknung N_2 trocken gehalten wird. B_1 und B_2 sind die aus Bernstein gefertigten Träger der Kapillaren, b_1 und b_2 die Bernsteinisolatoren der Elektroden. Da es nicht möglich zu sein scheint, das Gemisch der Flüssigkeiten in das Glasröhrchen einzuschmelzen, ohne gleichzeitig ein Gasbläschen an der Abschmelzstelle zu erzeugen, so ist es notwendig, daß man kontrollieren kann, ob nicht das Bläschen in die Kapillare geraten ist. Zu diesem Zwecke muß die eine Seite des Kastens K durchsichtig sein, also durch eine Glasplatte gebildet werden. Gegebenenfalls läßt sich der Fehler durch Neigen des Kastens und vorsichtiges Klopfen leicht beseitigen. Auch die Anschlußstifte Z_1 und Z_2 sind durch Bernstein isoliert, letzterer ist nach außen geschützt durch die ebenfalls mit Natriumtrocknungen (N_1 und N_3) versehenen Metallkappen S_1 und S_2. Der Widerstand solcher Gemische aus Xylol und Alkohol nimmt von einem bestimmten Punkte an, wie der der Metalle mit steigender Temperatur zu. Nach Campbell soll man solche nur in dem Temperaturintervalle von 15^0 bis 30^0 C benutzen; dabei berechnet sich der Widerstand R_t bei der Temperatur t nach der Formel[1]):

$$R_t = R_{20}(1 + 0{,}014\,(t-20)).$$

Die zu dieser Reduktion notwendige Temperaturangabe wird dem im Innern des Kastens angebrachten Thermometer T entnommen.

Reguliert man die Empfindlichkeit des Spinnwebfaden-Elektrometers so ein, daß 1 Volt eine einseitige Ablenkung von nur 20 Skalenteilen erzeugt, so lassen sich mit einem Xylolwiderstande von 10^{11} Ohm im Nebenschluß photoelektrische Ströme von der Größenordnung $5 \cdot 10^{-13}$ Amp. mit voller Schärfe messen.

Sinken die Beleuchtungsstärken unter $1/_{1000}$ Meterkerzen herab, so werden die entwickelten Photoströme von der Größenordnung 10^{-14} bis 10^{-15} Amp. Die Ermittlung solcher Stromstärken ist dadurch möglich, daß man mittels einer Stoppuhr die Anzahl t der Sekunden bestimmt, die erforderlich sind, das Elektrometer auf v Volt aufzuladen[2]). Hat man zuvor die Kapazität des Systems (Elektrometer + Photometer) mittels eines Harmschen Kondensators gemessen, so berechnet sich bekanntlich die Stromstärke i in Ampere nach der Formel:

$$i = \frac{c \cdot v}{t} \cdot \frac{10^{-11}}{9}.$$

Bei Anwendung dieser Methode wird man finden, daß auch bei geschlossenem Photometer, namentlich bei hoher Belastung der Zelle und nach vorhergegangener Belichtung der Alkalimetalle sich ein Dunkeleffekt[3]) bemerkbar

1) N. Campbell, Phil. Mag. **23**, 668, 1912.

1) N. Campbell, l. c.

2) Vgl. hierzu die Methode Lenards, Lichtsummen zu messen (Sitzungsber. der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, mathem.-naturw. Klasse, Abteilung A, 1912), und unsere Versuche über den photoelektrischen Effekt am Kalium bei sehr geringen Lichtstärken. Diese Zeitschr. **13**, 468, 1912.

3) Auf das Vorhandensein eines abklingenden Dunkeleffektes an Kaliumflächen unmittelbar nach voraufgegangener Belichtung haben wir vor kurzem (vgl. das vor-

macht, dessen Größe zu ermitteln und von der beobachteten Stromstärke in Abrechnung zu bringen ist.

Die Kosten für den Aufbau des hier beschriebenen Photometers wurden, wie wir dankend hervorheben möchten, aus Mitteln bestritten, die uns aus der Jagorstiftung in Berlin zur Verfügung gestellt wurden.

hergehende Zitat) aufmerksam gemacht. Etwa gleichzeitig ist dieselbe Erscheinung auch von E. Henriot (Le Radium 9, 189, 1912) bemerkt worden.

Wolfenbüttel, im Juli 1912.

(Eingegangen 6. Juli 1912.)

Die Messung hoher Wechselstromspannungen mittels des Quadrantelektrometers[1].

Von A. Baxmann.

Die unmittelbare Verwendung des Quadrantelektrometers zur Messung hoher Wechselstromspannungen bereitet bei Spannungen, die größer als 20000 Volt sind, einige Schwierigkeiten, die vor allem durch die schnelle Zunahme der Funkenschlagweiten und durch das Sprühen der einzelnen Teile des Elektrometers bedingt sind. Bis zu einem gewissen Grade lassen sich diese Schwierigkeiten beseitigen, indem man das ganze Elektrometer in ein starkwandiges Gefäß einbaut, in dem sich Kohlensäure von etwa 20 Atmosphären Druck befindet. Durch diese Anordnung wird das Überschlagen der Funken und das Sprühen vermieden, aber der ganze Apparat wird wegen seiner Schwere sehr unhandlich und eine Änderung der Elektrometerempfindlichkeit in kurzer Zeit, wie es für manche Messungen erwünscht ist, wird unmöglich gemacht.

Alle diese Schwierigkeiten sind sofort beseitigt, wenn man nicht direkt die zu messende Spannung an das Elektrometer anlegt, sondern durch partielle Induktion eines Leiters auf einen zweiten mit dem Elektrometer verbundenen Leiter einen Bruchteil der hohen Spannung mißt. Für in Resonanz befindliche Schwingungskreise weist K. E. F. Schmidt[2]) nach, daß es möglich ist, hohe Wechselstromspannungen mit Elektrometern von niederem Spannungsmeßbereich zu messen, indem man entweder die hohe Spannung an die Enden einer in Reihe geschalteten Kondensatorgruppe legt und von einem der Kondensatoren nach dem Elektrometer abzweigt oder eine gewisse bekannte Kapazität mit dem Elektrometer in Reihe schaltet. W. Peukert[1]) hat durch Vorschaltung eines Kondensators den Spannungsbereich des Braunschen Elektrometers erhöht. Neuerdings hat Th. Wulf[2]) gezeigt, daß sich auf diesem Wege mit dem von ihm konstruierten Elektrometer Gleichstromspannungen bis zu etwa 60000 Volt messen lassen.

Im folgenden ist nach diesem Prinzip eine Reihe von Messungen hoher Wechselstromspannungen mit Hilfe eines empfindlichen Quadrantelektrometers durchgeführt und die Messung dieser Spannungen auf eine Kapazitätsmessung zurückgeführt. Zugleich ergibt sich eine einfache Methode zur Messung des Übersetzungsverhältnisses von Transformatoren.

I. Verwendete Apparate.

Als Meßinstrument diente ein Quadrantelektrometer der üblichen Form. Die Nadel bestand aus platiniertem Glimmer in der von Orlich[3]) angegebenen Form und war aufgehängt an einem Platinfaden von 0,01 mm Dicke und 13,8 cm Länge. In der idiostatischen Schaltung ergab eine Gleichstromspannung von 1 Volt etwa 12 mm Ausschlag bei 1800 mm Skalenabstand. Zur Erzeugung der hohen Wechselstromspannung stand ein Meßtransformator der Firma Siemens & Halske zur Verfügung, dessen Übersetzungsverhältnis nominell zu 110/30000 angegeben war; meine Messung des Übersetzungsverhältnisses ergab einen wenig davon abweichenden Wert. Für Spannungen über 30000 Volt wurde ein Resonanztransformator benutzt, für niedrige Spannungen bis 2000 Volt ein kleiner technischer Transformator.

Der primäre Wechselstrom niedriger Spannung wurde von einer durch einen 15 pferdigen Gleichstrommotor angetriebenen Wechselstromdynamo geliefert. Die gesamte Versuchsanordnung ist aus Fig. 1 zu ersehen.

Die von der Wechselstrommaschine kommende Spannung durchfließt die Primärwickelung des Transformators. Parallel zu den Klemmen des Transformators liegt ein Präzisionsvoltmeter. Durch Veränderung der Maschinenerregung lassen sich die gewünschten Spannungen erzeugen. Die Sekundärklemmen des Transformators sind mit zwei Metallplatten verbunden, die in Isolationsstative eingeschraubt sind. Diesen gegenüber befinden sich zwei gleiche, ebenfalls isoliert aufgestellte Metallplatten, von denen die eine mit der Nadel und dem ersten Quadrantenpaar, die andere mit dem zweiten Quadrantenpaar verbunden ist. Das I. Plattenpaar läßt sich mit

1) Mitteilung aus dem Laboratorium für theoretische Physik der Universität Halle a. S.

2) K. E. F. Schmidt, Abhandl. d. Math. Ges. zu Halle, S. 55, 1903.

1) W. Peukert, ETZ. **25**, 231, 1904.

2) Th. Wulf, diese Zeitschr. **11**, 1090, 1910.

3) Orlich, Zeitschr. f. Instrumentenk. **23**, 99, 1903.

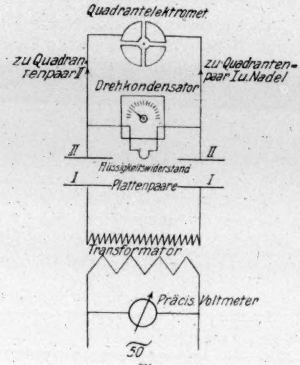


Fig. 1.

Hilfe einer Schlittenverschiebung dem II. Paar beliebig nähern und entfernen. Die Form und Größe der Platten konnte variiert werden. Zweckmäßig ist es, die Kanten des mit der Hochspannung verbundenen Paares sorgfältig abzurunden und zu polieren, um möglichst das Sprühen zu vermeiden. Parallel zu dem mit dem Elektrometer verbundenen Plattenpaar kann ein Luftdrehkondensator gelegt werden. Parallel zum Kondensator ist ein Flüssigkeitswiderstand von der Größenordnung 10^{12} Ohm geschaltet, dessen Bedeutung später erläutert wird.

II. Einfluß der Nadelkapazität auf die Spannungsmessung.

Bei einer beliebigen Stellung der Nadel ist für den Fall der idiostatischen Schaltung und bei Eichung mit Gleichstrom die Beziehung zwischen Spannung und Ausschlag gegeben durch die Formel:

$$V^2 = C'\alpha + C''\alpha^2 \quad (1)$$ [1]

(V Spannung, α Ausschlag, C Konstante).

Durch Drehen des Torsionskopfes, bequemer noch durch Drehen der Fußschrauben des Elektrometers[2]), läßt sich die Nadel in eine Stellung bringen, daß sich die obige Formel reduziert zu $V^2 = \alpha C$. Von dieser Stellung wurde bei den vorliegenden Versuchen ausgegangen. Man erkennt sie sehr einfach daran, daß die beim Kommutieren der Gleichstromspannung erhaltenen Ausschläge gleich sind. In diesem Falle stimmt die Wechselstromeichkurve mit der Gleichstromkurve überein.

Wird das I. Plattenpaar mit den Sekundärklemmen des Transformators verbunden, so gibt das Elektrometer bei geeigneter Entfernung der Plattenpaare I und II einen gewissen Ausschlag, der so lange bestehen bleibt, als die Primärspule des Transformators von Strom durchflossen wird.

Für den unbelasteten Transformator gilt innerhalb eines weiten Bereiches die Beziehung $\frac{V_{\text{sec}}}{V_{\text{prim.}}}$ = Verhältnis der Windungen. Wird also die Primärspannung durch Erhöhung der Erregung der Maschine verdoppelt, so wird sie auch sekundär sich verdoppeln und der Elektrometerausschlag müßte der vierfache sein (wenn die Beziehung $V^2 = \alpha C$ besteht). Der beobachtete Ausschlag ist aber meistens $<$ als der vierfache. Diese Abweichung ist dadurch bedingt, daß die Kapazität der Nadel mit wachsendem Ausschlag größer wird. Die Zunahme hängt ab 1. von der Stellung der Nadel zu den Quadranten und 2. von der Größe der dem Elektrometer parallel geschalteten Kapazität. In den folgenden Tabellen sind einige Versuchsreihen angeführt.

Tabelle I.

Spannung V am Quadrant-elektrometer	Ausschlag des Elektrometers in Millimetern α	C berechnet aus $v^2 = \alpha C$
1,67 Volt	32,2	0,0866
2,33 "	61,0	0,0890
2,81 "	88,0	0,0897
3,16 "	111,5	0,0896
3,68 "	151,4	0,0894
4,46 "	221,9	0,0896
5,04 "	283,5	0,0896
5,45 "	331,0	0,0897
5,87 "	385,5	0,0894

Tabelle II.

Spannung am Plattenpaar I	Ausschlag des Elektrometers	$C \times 10^5$ berechnet
2707 Volt	23,5	3,118
4060 "	51,6	3,195
5414 "	90,4	3,242
6767 "	137,7	3,326
8120 "	192,7	3,422
8798 "	223,3	3,466
9475 "	255,3	3,516
10150 "	288,4	3,572
10830 "	323,0	3,636

Tabelle I gibt die direkte Gleichstromeichkurve des Quadrantelektrometers wieder. Aus der dritten Spalte ist ersichtlich, daß von 60 bis 400 mm Ausschlag die Beziehung $v^2 = \alpha C$ gilt.

Beim Versuche II war keine Kapazität dem Elektrometer parallel geschaltet, bei III ein Luftkondensator von 20,94 cm Kapazität, bei IV 1063 cm, herrührend von einem Plattendrehkondensator. Die in der dritten Spalte enthaltene Größe C ist ein Maß für die durch

1) Dabei ist es gleichgültig, ob Quadrantenpaar II geerdet und Nadel + Quadrantenpaar I Spannung erhält oder umgekehrt, oder ob der Wechselstrom zweipolig, wie in unserem Falle, angelegt wird. Es tritt nur für die einzelnen Fälle eine Änderung von C' und C'' ein.

2) H. Scholl, diese Zeitschr. **9**, 915, 1908.

Tabelle III.

Spannung am Plattenpaar I	Ausschlag des Elektrometers	$C \times 10^5$ berechnet
6167 Volt	44,4	10,32
8120 „	63,1	10,45
9475 „	85,5	10,50
12180 „	139,6	10,63
13530 „	171,0	10,71
14890 „	205,4	10,79
16240 „	242,7	10,87
17600 „	282,5	10,96
18950 „	324,7	11,06

Tabelle IV[1]).

Spannung am Plattenpaar I	Ausschlag des Elektrometers	$C \times 10^5$
10 830 Volt	40,7	28,83
13 530 „	63,5	28,85
16 240 „	91,1	28,94
18 950 „	124,5	28,85
21 660 „	162,5	28,88
24 360 „	205,1	28,93
27 070 „	253,6	28,90
29 780 „	307,4	28,85
31 130 „	335,2	28,91

das Anwachsen der Nadelkapazität bedingte Abweichung von der Parabel. Durch Parallelschalten von Kapazität läßt sich diese Abweichung herabmindern und bei genügend hoher Kapazität ganz beseitigen, wie Spalte 3 Tabelle IV zeigt.

Aus Tabelle II und III läßt sich in einfacher Weise die Zunahme der Elektrometerkapazität mit wachsendem Ausschlage berechnen.

Es sei α der Ausschlag des Elektrometers in Millimetern, V_1 und V_2 die aus Tabelle II und III beim Ausschlage α zu entnehmenden Spannungen am Plattenpaar I, v die dem Ausschlage α entsprechende Spannung des Quadrantelektrometers selbst (Tabelle I), C_{El} die Kapazität des Elektrometers, c_0 die Zusatzkapazität (in diesem Falle 20,94 cm). Wie später gezeigt wird, gilt folgende Beziehung:

$$\frac{V_1}{v} = \frac{C_{El} + c_{12}}{c_{12}} \;{}^{1)} \quad \text{und} \quad \frac{V_2}{v} = \frac{C_{El} + c_{12} + c_0}{c_{12}} \;{}^{2)},$$

wobei c_{12} die gegenseitige Kapazität der Plattenpaare I und II ist. Im vorliegenden Falle war c_{12} sehr klein und gegen C_{El} zu vernachlässigen.

Also ist

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{c_{El} + c_0}{c_{El}} \quad \text{oder} \quad C_{El} = \frac{c_0 V_1}{V_2 - V_1}.$$

In der folgenden Tabelle sind die zu den Ausschlägen 40, 80 ... mm gehörigen Spannungen aus den mittels Tabelle II und III erhaltenen Kurven entnommen. In der 3. Spalte ist die mittels der letzten Formel berechnete Kapazität des Elektrometers enthalten.

Tabelle V.

Skalenteile	V_1	V_2	C_{El}
40	3520	6440	25,24 cm
80	5050	9190	25,52 „
120	6270	11300	26,16 „
160	7335	13100	26,64 „
200	8280	14645	27,26 „
240	9180	16110	27,73 „
280	10060	17470	28,32 „
320	10920	18840	28,88 „

Wir sehen zunächst, daß die Elektrometerkapazität, abgesehen von Abweichungen bei sehr kleinen Ausschlägen, proportional dem Nadeldrehwinkel wächst. Die Zunahme beträgt für etwa 300 Skalenteile über 3 cm, also etwa 12 Proz. der Gesamtkapazität des Elektrometers. Doch ist folgendes zu berücksichtigen: Die Versuchsbedingungen waren in diesem Falle so gewählt, daß eine möglichst große Kapazitätszunahme der Nadel eintreten mußte, um die Erscheinung mit der genügenden Genauigkeit messend verfolgen zu können. Es wurde nämlich die Nadel der oberen Fläche der Quadrantenpaare bis auf $^1/_2$ mm genähert und eine große Nadel gewählt. Die Kapazitätszunahme läßt sich herabdrücken dadurch, daß man eine kleine Nadel und eine mittlere Höhenstellung der Nadel zwischen den Quadrantendeckeln wählt. Bei den folgenden Untersuchungen betrug die Zunahme für 300 mm Ausschlag etwa 1,5 Proz. der Elektrometerkapazität. 100 cm Zusatzkapazität, die man dem Elektrometer parallel schaltet, genügen völlig, um die Abweichungen zum Verschwinden zu bringen.

Das Vorhandensein der rein quadratischen Beziehung $V^2 = \alpha C$ bietet erheblichen Vorteil dann, wenn es sich um die Vergleichung mehrerer Spannungen handelt. In diesem Falle verhalten sich die Spannungen wie die $\sqrt{\text{Ausschläge}}$ und es ist nicht nötig, die Spannungen einer Eichkurve zu entnehmen. Für Absolutmessungen bietet sich derselbe Vorteil. Es braucht nur eine einzige bekannte Spannung gegeben zu sein, auf die die anderen zu messenden Spannungen

1) Eine einfache Ableitung dieser Beziehung bei K. E. F. Schmidt, l. c., Seite 56: In symbolischer Darstellung gilt für einen aus Widerstand w, Selbstinduktion L und Kapazität C bestehenden Kreis

$$V = I\sqrt{w^2 + \left(L\nu - \frac{1}{C\nu}\right)^2}.$$

Ist $w = L = 0$, wie bei obiger Schaltung, so kommt

$$V = I\frac{1}{C\nu}.$$

Liegt nun V_1 an den Enden der Kapazitätsreihe C und gibt der Elektrometerausschlag v, so ist, da $\frac{I}{\nu}$ konstant,

$$V_1 \cdot C_{El} = v \cdot C.$$

2) c_{12} ist für Versuch II und III dasselbe, d. h. die Plattenpaare hatten für beide Versuche dieselbe Entfernung.

zurückgeführt werden. Das wird im folgenden noch näher auseinandergesetzt werden.

III. Zurückführung der Spannungs- auf eine Kapazitätsmessung.

Es ist zunächst experimentell zu bestätigen, daß die im vorigen Abschnitt benutzte Beziehung $\frac{V_1}{v} = \frac{C_{EI} + c_{12}}{c_{12}}$ gilt. Zu diesem Zwecke wurden die Plattenpaare I und II — der Radius jeder Platte betrug 7,5 cm — in verschiedene Abstände gebracht und jedesmal die Spannung V gemessen, die nötig ist, um bei der betreffenden Plattenstellung denselben Ausschlag α zu erzeugen.

Tabelle VI.

Entfernung der Plattenpaare	Spannung V_1 am Plattenpaar I	$\frac{V_1}{v}$
14,80 cm	605,0 Volt	65,3
11,80 „	457,2 „	49,3
8,80 „	321,6 „	34,7
6,80 „	237,0 „	25,6
4,80 „	162,1 „	17,5
2,80 „	101,2 „	10,9
1,80 „	71,8 „	7,74
0,80 „	40,9 „	4,41

$v = 9{,}26$ Volt entspricht einem Ausschlag $\alpha = 300$ mm.

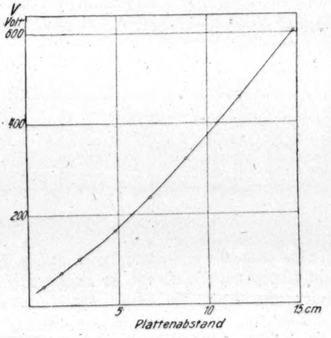


Fig. 2.

In Fig. 2 sind als Abszissen die Plattenabstände und als Ordinaten die Spannungen aufgetragen. Aus der Kurve kann man für jede Plattenstellung den gerade passenden Spannungsbereich ersehen. Im vorliegenden Falle ist es möglich, nur relativ niedrige Spannungen zu messen, da der Durchmesser der Platten (15 cm) groß ist und dem Elektrometer keine Kapazität parallel geschaltet ist.

Um die Größe c_{12} zu messen, wurde folgendermaßen verfahren: Der Transformator wurde nicht mit dem Plattenpaar I (Fig. 1) verbunden, sondern mit einem dritten Hilfsplattenpaar; diesem gegenüber befand sich ein viertes mit dem Elektrometer verbundenes. Dieses neue Plattensystem dient als elektrische Hilfskoppelung, mit der das Elektrometer angeregt wurde. Der Durchmesser jeder einzelnen Platte betrug nur 2 cm. Die ursprünglichen Plattenpaare I und II lagen parallel zum Elektrometer wie sonst, nur mit dem Unterschiede, daß die beiden Platten I nicht durch den Transformator, sondern durch einen dünnen kurzen Draht miteinander verbunden waren. Zu beachten ist, daß das Zusatzplattensystem nicht induzierend auf das ursprüngliche wirkt.

Es wurde zunächst die Gesamtkapazität gemessen ohne Plattenpaar I, indem einmal der Ausschlag mit bekannter Zusatzkapazität (20,94 cm), dann ohne Zusatzkapazität beobachtet wurde. Da Plattenpaar I abgeschraubt war, so war c_{12} in diesem Falle = 0. Dann wurde I angeschraubt und durch den dünnen Draht beide Platten verbunden. Dadurch, daß jetzt die Größe c_{12} als Kapazität parallel zum Elektrometer liegt, wird sich der durch die Hilfskoppelung im Elektrometer erzeugte Ausschlag verringern, und zwar um so mehr, je näher Plattenpaar I und II herangebracht wird, d. h. je größer c_{12} wird.

Die durch die Hilfskoppelung übermittelte Wechselstromspannung blieb konstant; ihre Konstanz wurde durch das zur Primärwickelung des Transformators parallel liegende Voltmeter kontrolliert.

Ferner muß die Kapazität der Hilfsplatten gegen die Elektrometerkapazität zu vernachlässigen sein. Diese Bedingung war in unserem Falle erfüllt. Es betrug der Plattendurchmesser 2 cm und die Dicke der Platten 1 mm. Der Abstand der Plattenpaare betrug 7 cm, so daß c_{12}' sehr klein wird. In der folgenden Tabelle sind die erhaltenen Meßresultate enthalten.

Tabelle VII.

Entfernung der Plattenpaare I und II	Ausschlag des Elektrometers	Ausschlag bei Zusatz von 20,94 cm	Kapazität des Elektrometers $+ c_{12}$	c_{12} in cm	$\frac{C_{EI} + c_{12}}{c_{12}}$
∞	293,7	88,8	$25{,}58_0$ cm	0,000	—
14,80 cm	284,7		$25{,}98_0$ „	$0{,}40_0$	65,0
11,80 „	281,8		$26{,}11_5$ „	$0{,}53_5$	48,8
8,80 „	277,2		26,33 „	$0{,}75_0$	35,1
6,80 „	271,0		26,63 „	1,05	25,4
4,80 „	261,1		27,13 „	1,55	17,5
2,80 „	242,5		28,15 „	2,57	11,0
1,80 „	222,6		29,38 „	3,80	7,73
0,80 „	175,1		33,13 „	7,55	4,39

Die für $c_{12} = 0$ gefundene Kapazität $25{,}58_0$ cm

bildet die Grundlage für die nachfolgenden Werte. Es ist z. B. das zweite Resultat erhalten durch Ausrechnung von $25{,}58 \cdot \sqrt{\frac{293{,}7}{274{,}7}}$ usw.; denn es ist

$$e = c_0 v_1$$
$$e = (c_0 + c_{12}) v_2$$

und

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}},$$

also

$$c_0 + c_{12} = c_0 \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}$$
$$c_{12} = c_0 \left(\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} - 1 \right).$$

Ein Vergleich der Werte für $\frac{C}{c_{12}}$ und $\frac{V_1}{v}$ zeigt die Richtigkeit der Beziehung $\frac{V_1}{v} = \frac{C}{c_{12}}$.

Zugleich sieht man, daß es mittels Wechselstrom und elektrischer Kopplung möglich ist, sehr kleine Kapazitäten und Kapazitätsdifferenzen zu messen. Die Genauigkeit der Messung hängt nur davon ab, mit welcher Konstanz die Wechselstrommaschine den Strom liefert. Jede Schwankung der primären Wechselstromspannung macht sich momentan durch ein Schwanken des Elektrometerausschlags bemerkbar.

Wie aus Tabelle VI hervorgeht, kann bei Verwendung großer Kopplungsplatten und der kleinen Elektrometerkapazität die zu messende Spannung nicht sehr hoch sein. Der Bereich läßt sich sofort nach oben hin erweitern, wenn man größere Kapazitäten dem Elektrometer parallel schaltet. Es gilt auch in diesem Falle

$$\frac{V_1}{v} = \frac{c_{El} + c_{Zusatzkap.}}{c_{12}}$$

und

$$\frac{c_{El}}{c_{El} + c_0} = \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}.$$

Sehr bequem als Zusatzkapazität sind die Luftdrehkondensatoren, denen man, wenn ihre Kapazität nicht zureichen sollte, einen entsprechenden Kondensator von konstanter Kapazität parallel schaltet. Die folgenden Resultate wurden mittels eines von der Ges. f. drahtlose Telegraphie gelieferten Drehkondensators erhalten. Die Kapazität dieses Kondensators war nach einer Resonanzmethode mittels 3000 periodigem Wechselstrom mit einem von der Physikalisch-technischen Reichsanstalt geeichten Luftkondensator genau verglichen worden[1]).

In Tabelle VIII gibt Spalte 1 die Zahl der Kondensatorgrade, 2 die Kapazität des Kondensators + Elektrometers, 3 die bei konstanter Stellung der Plattenpaare I und II (Fig. 1) erforderliche Spannung V, um bei jeder Stellung des Kondensators denselben Ausschlag im Elektrometer zu erzeugen.

Tabelle VIII.

Kondensatorgrade	Kapazität des Elektrometers + Kondensator	V am Plattenpaar I
0	99,1	1755 Volt
5	125,3	2220 „
10	187,7	3330 „
20	315,8	5570 „
40	574,0	10150 „
60	829,5	14710 „
90	1218,5	21570 „
120	1605,5	28450 „
160	2116,7	—

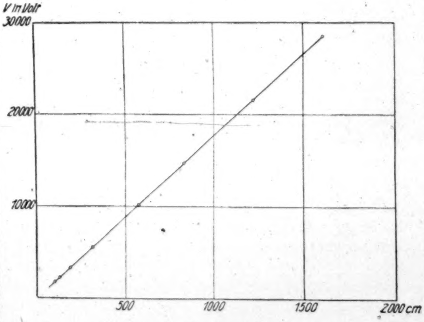


Fig. 3.

Trägt man die Resultate der 2. und 3. Spalte in ein Koordinatenblatt ein, so ergibt sich ohne weiteres die Proportionalität von C und V. Siehe Fig. 3.

Es lassen sich also in einigen Sekunden und mit wenigen Handgriffen — Verschiebung des Plattenpaares I und Drehung des Kondensators — Wechselstromspannungen von etwa 10 Volt bis zu beliebiger Höhe mit der gleichen Genauigkeit messen. Erforderlich ist nur die Kenntnis der direkten Elektrometereichkurve, der Kapazität des Elektrometers + Parallelkondensators und der Größe c_{12}. Es ist nicht nötig, für jede Stellung der Plattenpaare und des Zusatzkondensators eine Eichkurve aufzunehmen, vorausgesetzt, daß die Beziehung $V^2 = \alpha C$ gilt.

1) Die genauere Beschreibung dieser Meßmethode bleibt einer späteren Publikation vorbehalten.

IV. Bestimmung des Übersetzungsverhältnisses von Transformatoren.

Für den Fall, daß man die Bestimmung der Größe c_{12} umgehen will, ist es nötig, das Übersetzungsverhältnis des benutzten Transformators zu kennen. Diese Bestimmung läßt sich nach dem Vorhergehenden leicht durchführen. Das Verhältnis zweier an das Plattenpaar I angelegter Spannungen ist:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{c_{12(2)}}{c_{12(1)}} \cdot \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}},$$

wobei C, c_{12} und α die frühere Bedeutung haben.

Läßt man für beide Messungen den Abstand der Plattenpaare konstant, so ist

$$c_{12(1)} = c_{12(2)},$$

und es ist

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{C_1}{C_2} \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}.$$

Bezeichnet man mit V_1 die Sekundärspannung und mit V_2 die zugehörige Primärspannung, so ist $\frac{V_1}{V_2}$ = dem Übersetzungsverhältnis μ. Als Beispiel soll die Messung des Übersetzungsverhältnisses des benutzen Meßtransformators $^{30000}/_{110}$ Volt angeführt werden.

Primärspannung des Transformators	C_1 [1])	C_2	α_1	α_2	μ
110,0 Volt	23 540 cm	100,32	297,8	223,5	270,9
90,0 „	19 210 „	100,32	297,3	149,6	270,0
70,0 „	14 960 „	100,32	297,5	90,4	270,5
50,0 „	10 710 „	100,32	297,5	46,1	271,2
30,0 „	6 620 „	55,69	283,3	54,6	270,8

Als Mittelwert des Übersetzungsverhältnisses ergibt sich 270,7, die maximale Abweichung zweier Messungen beträgt 0,5 Proz.

Es ist leicht zu ersehen, daß diese Messung von μ nur dann möglich ist, wenn ein empfindliches Quadrantelektrometer zur Verfügung steht, und daß sie um so schwerer wird, je größer das Übersetzungsverhältnis ist. Bei der Höhe der Sekundärspannung müssen die Plattenpaare I und II genügenden Abstand voneinander haben. Bei derselben Stellung muß es aber auch noch möglich sein, für die Primärspannung von der Größenordnung 100 Volt einen genügenden Ausschlag zu erhalten. Das ist aber unmöglich, wenn das Elektrometer selbst erst bei 100 Volt meßbare Ausschläge ergibt.

In unserem Falle war die Elektrometerempfindlichkeit so bemessen, daß bei einer Spannung von 8 Volt ein Ausschlag von etwa 300 mm bei 1,8 m Skalenabstand erhalten wurde. Diese Empfindlichkeit genügt vollkommen für die Durchführung der letzten Messung.

Für den Fall, daß ein Meßtransformator nicht zur Verfügung steht, genügt jedes mit Wechselstrom betriebene Induktorium mit Eisenkern, um sich hohe Eichspannungen zu verschaffen. Die Messung des Übersetzungsverhältnisses ist in diesem Falle dieselbe wie oben.

V. Messung von Spannungen über 30000 Volt.

Bei den bisherigen Versuchen handelte es sich um Spannungsmessungen bis zu 30000 Volt, da der Meßtransformator höhere Spannungen nicht hergab. Mittels eines Resonanztransformators mit offenem Eisenkern gelang es, noch höhere Wechselstromspannungen zu messen. Es wurden parallel zur Sekundärspule dieses Transformators Leidener Flaschen von genügender Kapazität geschaltet und durch Regelung der Tourenzahl der Wechselstrommaschine Resonanz hergestellt. Auf diese Weise war es möglich, Spannungen bis zu etwa 75000 Volt zu erreichen. Bei der Messung dieser höheren Spannung tritt eine kleine Schwierigkeit auf. Es läßt sich nämlich nicht vermeiden, daß trotz sorgfältiger Abrundung und Politur das Plattenpaar I zu sprühen anfängt. Sobald dies eintritt, sammeln sich auf dem Elektrometer statische Ladungen an, die den eigentlichen Ausschlag vergrößern und Inkonstanz hervorrufen. Man bemerkt das Vorhandensein dieser Ladung daran, daß die Nadel des Elektrometers beim Abschalten der primären Wechselstromspannung nicht auf den Nullpunkt zurückkehrt. Diese Störungen lassen sich leicht beseitigen, wenn man parallel zum Elektrometer einen Flüssigkeitswiderstand legt. Die Größe dieses Widerstands muß so bemessen sein, daß kein wesentlicher Spannungsabfall durch ihn hervorgerufen wird, und zugleich die statischen Ladungen sich über ihn ausgleichen.

Als zweckmäßig wurde befunden ein kleines U-Rohr aus Glas mit einer Flüssigkeitssäule von 10 cm Länge und etwa 1 qmm Querschnitt.

Die Flüssigkeit bestand aus absolutem Alkohol, dem ein Tropfen Leitungswasser zugesetzt war. Die in die Flüssigkeit hineinragenden Zuleitungsdrähte waren mit den beiden Klemmen des Zusatzkondensators verbunden. Bei Anwendung dieses Widerstands verschwanden die oben genannten Störungen vollständig.

Leider war es nicht möglich, mit den vor-

1) C_1 war zusammengesetzt aus einem Luftdrehkondensator und unterteiltem Glimmkondensator der Firma Siemens.

handenen Transformatoren über 75000 Volt hinauszugehen. Doch ist nach den mit diesen Spannungen gemachten Messungen keine Schwierigkeit bei Anwendung noch höherer Spannungen zu erwarten.

(Eingegangen 27. Juni 1912.)

Zur Herleitung der Lorentztransformation.

Von Philipp Frank und Hermann Rothe.

Die Lorentztransformation war aus der Betrachtung der elektromagnetischen Feldgleichungen entstanden. Von Einstein[1]) wurde gezeigt, daß ihre Gestalt auf viel einfacheren Annahmen beruht, nämlich im wesentlichen auf der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit und einigen Nebenannahmen, die man unter dem Sammelnamen „Relativitätseigenschaften" zusammenfassen kann. W. v. Ignatowsky[2]) hat gezeigt, daß das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit nicht vorausgesetzt werden muß; er verwendet vielmehr nur die „Relativitätseigenschaften", ohne daß vollständig klar formuliert wäre, worin diese Eigenschaften bestehen. Wir haben nun in einer früheren Arbeit[3]) gezeigt, daß folgende Annahmen hinreichen, die Gestalt der Lorentztransformation abzuleiten: A) Die Transformationsgleichungen sind linear und homogen. B) Sie bilden eine eingliedrige Gruppe. C) Die Kontraktion der Längen hängt nur vom Betrage, nicht von der Richtung der Geschwindigkeit des bewegten Systems ab. Die Annahme A) läßt sich auch durch andere Annahmen ersetzen, wie wir in der zitierten Arbeit[4]) angedeutet haben und hier noch etwas ausführen werden. W. v. Ignatowsky vermeidet diese Annahme nur scheinbar; er reiht sie nämlich unter die „Relativitätseigenschaften" ein; auch die Argumentationen seiner später publizierten Ergänzung[5]) zu seiner Ableitung sind nicht streng; es ist wieder nicht jede Annahme formuliert, wie wir im folgenden noch zeigen werden.

Später hat auch E. Wiechert[6]), wie es scheint, ohne Kenntnis unserer Arbeit, eine Herleitung der Lorentztransformation auf Grund der „Relativitäts- und Symmetrieeigenschaften" allein gegeben, doch macht er mehr Annahmen als wir.

Wenn man nun wirklich so viele Annahmen machen will, wie W. v. Ignatowsky und E. Wiechert, so kann man, wie wir glauben, die ganze Ableitung noch wesentlich einfacher und durchsichtiger machen. Ja wir glauben, daß die Ableitung, die wir im folgenden für die Lorentztransformation ohne Verwendung des Prinzips der Lichtgeschwindigkeit bloß aus den „Relativitäts- und Symmetrieeigenschaften" geben, sogar einfacher ist, als die klassischen Ableitungen aus der Invarianz der quadratischen Form $x^2 - c^2 t^2$.

Wir wollen nun alle Annahmen ausdrücklich formulieren. Wir betrachten zwei Systeme S und S'. Das zweite bewege sich mit der Geschwindigkeit v in der positiven x-Richtung und zwar mögen die x', y', z'-Achse immer parallel der x, y, z-Achse bleiben. Am Anfange der Zeit fallen die Koordinatenursprünge zusammen; die x'-Achse verschiebe sich dauernd längs der x-Achse. Wir wollen nur die Transformation der x-Koordinate und der Zeit t betrachten. Da v die einzige Größe ist, durch die ein spezielles bewegtes System S' individualisiert ist, können die Transformationsgleichungen nur die Form haben:

$$x' = \varphi(x, t, v) \qquad t' = \psi(x, t, v) \tag{1}$$

Dabei sind φ und ψ noch beliebige Funktionen. Wir machen nun die Annahme:

I. Jede gleichförmige Bewegung in bezug auf S soll auch gleichförmig in bezug auf S' sein und umgekehrt[1]). Wenn wir die Gleichungen (1) als Transformationsgleichungen der Punkte einer x, t-Ebene auffassen, bedeutet diese Forderung: alle geraden Linien müssen durch die Transformation wieder in gerade Linien übergehen. Dann muß aber die Transformation eine linear gebrochene (projektive) sein, also die Gestalt haben:

$$x' = \frac{a_1 x + b_1 t + c_1}{a_3 x + b_3 t + c_3} \qquad t' = \frac{a_2 x + b_2 t + c_2}{a_3 x + b_3 t + c_3} \tag{2}$$

Dabei sind die Koeffizienten a_1, b_1 usw. noch unbestimmte Funktion von v. Wir machen nun die weitere Annahme:

II. Zwei oder mehrere gleichförmige Bewegungen, die in S dieselbe Geschwindigkeit haben, sollen auch in S' untereinander dieselbe Geschwindigkeit haben[2]) (aber natürlich im allgemeinen

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 1905.

2) W. v. Ignatowsky, Arch. d. Math. u. Phys. **17**, und diese Zeitschr. **11**, 972, 1910.

3) Ph. Frank u. H. Rothe, Ann. d. Phys. **34**, 825, 1911.

4) l. c. S. 835, § 9.

5) W. v. Ignatowsky, diese Zeitschr. **12**, 779, 1911.

6) E. Wiechert, diese Zeitschr. **12**, 689 u. 737, 1911.

1) Diese Forderung kann unserer Ansicht nach nicht aus der „Gleichberechtigung" der Systeme ϱ und ϱ' erschlossen werden, sondern gibt diesem noch unbestimmten Begriff erst einen Teil seines Inhalts.

2) Die Ergänzung, die Herr v. Ignatowsky, zu seiner Ableitung, diese Zeitschr. **12**, 779, 1911 gegeben hat, wäre auch nur dann streng richtig, wenn er diese Annahme II machen würde. Denn sonst folgt aus seiner Gl. (2) nur, daß für $x = vt$ der Quotient $\frac{p_1}{p}$ konstant wird, dabei könnte $\frac{p_1}{p}$ noch immer von x und t abhängen, nämlich in der Verbindung $x - vt$; nur mit Hilfe der Annahme II folgt die wirkliche Konstanz.

gemeinen eine andere als in S). D. h. geometrisch: parallele Gerade sollen wieder in parallele Gerade übergehen. Dann müssen aber die Transformationen (2) ganze lineare Funktionen sein, und weil zur Zeit t die Ursprünge zusammenfallen, homogene lineare Funktionen, also von der Form:

$$x' = a_1 x + b_1 t \qquad t' = a_2 x + b_2 t. \tag{3}$$

Wenn wir nun beachten, daß der Parameter v, von dem die Koeffizienten abhängen, die Geschwindigkeit von S' in bezug auf S sein soll, muß sich die Geschwindigkeit $\frac{dx'}{dt'} = 0$ vermöge unserer Gleichungen (3) in $\frac{dx}{dt} = v$ transformieren. Wir wollen wie im folgenden stets

$$\frac{dx'}{dt'} = u' \qquad \frac{dx}{dt} = u \tag{4}$$

setzen, dann folgt aus (3) die Gleichung

$$u' = \frac{a_1 u + b_1}{a_2 u + b_2}. \tag{5}$$

Aus $u' = 0$ soll $u = v$ folgen, also muß $a_1 v + b_1 = 0$ sein. Dann läßt sich die erste der Gleichungen (3) schreiben: $x' = a_1 (x - vt)$ und wenn wir statt a_1 jetzt einfach a schreiben:

$$x' = a(x - vt), \qquad t' = a_2 x + b_2 t \tag{6}$$

Dabei ist a eine noch unbestimmte Funktion von v. Wir bestimmen sie durch die weiteren Annahmen:

III. Die Transformationsgleichungen der x, t in die x', t' sollen in die inversen einfach dadurch übergehen, daß man v mit $-v$ vertauscht, d. h. einfach: die Geschwindigkeit von S in bezug auf S' sei $-v$ und die Transformationsgleichungen sollen bei Auflösung nach x, t ihre Gestalt beibehalten. Diese Auflösungen müssen also lauten:

$$\left.\begin{aligned} x &= a(-v)(x' + vt') \\ t &= a_2(-v)\, x' + b_2(-v)\, t'. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Die Größe $a(v)$ bzw. $a(-v)$ ist nichts anderes als die Kontraktion der Länge eines in der x-Richtung liegenden Stabes. Über diese wollen wir die Annahme machen:

IV. Die Kontraktion der Längen infolge der Bewegung soll nur von dem Betrage, nicht von der Richtung der Geschwindigkeit abhängen, d. h.

$$a(v) = a(-v)\text{[1]}. \tag{8}$$

Dann lassen sich aber die Gleichung (6) und ihre Auflösung (7) einfach schreiben:

$$x' = a(x - vt), \qquad x = a(x' + vt'). \tag{9}$$

Die zweiten Gleichungen, in denen ja die Koeffizienten noch unbestimmt waren, haben wir hier noch weggelassen; wir erhalten ihre Gestalt einfach, indem wir aus den Gl. (9) t' als Funktion von x und t, und t als Funktion von x' und t' berechnen. Wenn wir das tun, erhalten wir durch einfache Rechnung:

$$t' = \frac{1 - a^2}{a v} x + a t, \quad t = \frac{a^2 - 1}{a v} x' + a t'. \tag{10}$$

Die Forderung III ist hier schon von selbst erfüllt, so daß wir sie eigentlich nur für die Transformation der x bzw. x' stellen müssen.

Aus Gl. (9) und (10) folgt dann sofort für die Transformation der Geschwindigkeit:

$$u' = \frac{a^2 v (u - v)}{(1 - a^2) u + a^2 v}. \tag{11}$$

Dabei ist a eine noch unbestimmte Funktion von v. Wir wollen die Gleichungen auf eine durchsichtige Gestalt bringen, indem wir anstatt a eine geeignete Funktion von a, oder auch von v, einführen. Durch Gl. (11) wird jede Geschwindigkeit u in eine andere u' transformiert. Wir fragen nach solchen Geschwindigkeiten u, die in sich selbst transformiert werden oder anders: welche Geschwindigkeit c hat in einem mit der Geschwindigkeit v bewegten System S' denselben Wert wie in S^2. Dieses c wird offenbar für jedes System S' ein anderes, also eine Funktion von v sein. Es muß wegen (11) der Beziehung genügen:

$$c = \frac{a^2 v (c - v)}{(1 - a^2) c + a^2 v}. \tag{12}$$

Aus dieser Gleichung läßt sich c durch a und v ausdrücken; ebenso natürlich auch a durch c und v, wodurch in den Gl. (9), (10) und (11) sich das a eliminieren und dafür das c einführen läßt. Aus (12) folgt:

$$a^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \tag{13}$$

Also wird aus den Gl. (9), (10) und (11)

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} (x - vt) \\ x &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} (x' + vt') \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned} t' &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{v}{c^2} x\right) \\ t &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t' + \frac{v}{c^2} x'\right) \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}, \qquad u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}. \tag{16}$$

---

1) Daraus folgt natürlich auch $\left(\frac{da}{dv}\right)_{v=0} = 0$, was bei Wiechert, l. c. Gl. (76) eine eigene Annahme ist.

Diese Gleichungen sehen genau so aus wie die Lorentztransformation, unterscheiden sich aber von ihnen noch wesentlich dadurch, daß c eine unbestimmte Funktion von v ist. Diese Funktion läßt sich z. B. durch folgende Annahme bestimmen:

V. Das Verhältnis der Längen eines Stabes in zwei Systemen soll immer durch dieselbe Funktion der relativen Geschwindigkeit dieser Systeme gegeben sein, d. h. einfach: es soll eine allgemeingültige Formel für die Kontraktion geben.

Aus der Annahme V werden wir nun sofort schließen, daß die in den Gleichungen (14—16) vorkommende Funktion c eine Konstante, also von v unabhängig sein muß. Wir betrachten zu diesem Zwecke ein System S (x, y, z, t); ferner ein System S' (x', y', z', t'), das die Geschwindigkeit v' in bezug auf S habe. Den Wert der Funktion c für das Argument v' bezeichnen wir mit c'; dann lauten die Transformationsgleichungen von S auf S':

$$x = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c'^2}}}(x - v't) \text{ usw.} \tag{17}$$

Wir betrachten ferner ein System S'' (x'', y'', z'', t''), das die Geschwindigkeit v'' in bezug auf S' hat. Dann lauten die Transformationsgleichungen von S' auch S'', wenn wir mit c'' den Wert von c für das Argument v'' bezeichnen:

$$x'' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v''^2}{c''^2}}}(x' - v''t') \text{ usw.} \tag{18}$$

Wenn wir (17) in (18) einsetzen, so erhalten wir die unmittelbare Transformation von S in S''. Die Relativgeschwindigkeit von S'' in bezug auf S, die wir mit $\bar{v}$ bezeichnen wollen, wird dann:

$$\bar{v} = \frac{v' + v''}{1 + \frac{v'v''}{c'^2}}. \tag{19}$$

Das Verhältnis der Längen in bezug auf S und S'' (die Kontraktion) wird offenbar:

$$\frac{1 + \frac{v'v''}{c'^2}}{\sqrt{\left(1 + \frac{v'^2}{c'^2}\right)\left(1 - \frac{v''^2}{c''^2}\right)}}. \tag{20}$$

Wegen der Forderung V muß aber diese Kontraktion, wenn wir mit $\bar{c}$ den Wert von c für das Argument $\bar{v}$ bezeichnen, sich auch in der Form:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\bar{v}^2}{\bar{c}^2}}} = \frac{1 + \frac{v'v''}{c'^2}}{\sqrt{\left(1 + \frac{v'v''}{c'^2}\right)^2 - \left(\frac{v' + v''}{\bar{c}}\right)}} \tag{21}$$

(vgl. Gl. 19) darstellen lassen.

Nun können (20) und (21) nur identisch sein, wenn

$$c' = c'' = \bar{c}$$

gilt, d. h. wenn c von v unabhängig ist; dann ist es eine universelle Konstante und die Gleichungen (14) bis (16) haben genau die Form der Lorentzschen.

Man kann diese Konstanz von c anstatt aus Annahme V auch aus der Annahme schließen, daß die resultierende Geschwindigkeit nicht von der Reihenfolge der Komponenten abhängt; dann wird ja aus (19) folgen:

$$\frac{v' + v''}{1 + \frac{v'v''}{c'^2}} = \frac{v' + v''}{1 + \frac{v'v''}{c''^2}}$$

woraus wieder $c' = c''$ folgt.

Wir wollen am Schluß noch eine Betrachtung anstellen, durch die man sich von der Konstanz des c ohne jede Rechnung rein geometrisch überzeugen kann. Nur müssen wir die Annahme V durch die etwas weitere ersetzen, daß die Transformationen eine eingliedrige Gruppe mit dem Parameter v bilden sollen; d. h. daß die Transformationsgleichungen von einem System auf das andere Koeffizienten haben sollen, die immer in derselben Weise von der Relativgeschwindigkeit der Systeme abhängen.

Wir betrachten wieder die Transformation der x, t-Ebene durch die linear homogene eingliedrige Gruppe. Alle Gerade gehen in Gerade über, speziell das Büschel der durch den Ursprung gehenden Geraden wieder in ein Büschel mit dem Ursprung als Scheitel. Die Geraden dieses Büschels selbst erleiden eine projektive Transformation. Sie ist analytisch durch Gl. (16) dargestellt; denn jede Geschwindigkeit u gibt uns die Richtungstangente einer dieser Geraden. Nun hat jede projektive Beziehung Doppelelemente, d. h. Gerade, die in sich transformiert werden oder physikalisch: Geschwindigkeiten u, die in sich transformiert werden. Nun ist für jedes v eine andere projektive Beziehung gegeben, also auch andere Doppelelemente. Es gilt aber der Satz[1]): Alle projektiven Beziehungen, aus denen eine eingliedrige Gruppe besteht, haben dieselben Doppelelemente. D. h. diese Doppelelemente sind von v unabhängig; diese in sich transformierten Geraden durch den Ursprung stellen uns also die in sich transformierten Geschwindigkeiten vor. Wegen der Symmetrieforderung III liegen sie zu den Achsen symmetrisch; wenn also die eine den Wert c hat, folgt für die andere $-c$.

1) Lie-Scheffers, Vorlesungen über kontinuierliche Gruppen, Leipzig 1893, Kapitel 5, § 1, Satz 5, S. 125.

Nur könnten auch beide komplex oder zusammenfallend sein; das ist aber auch durch die analytische Ableitung nicht ausgeschlossen.

(Eingegangen 12. Juli 1912.)

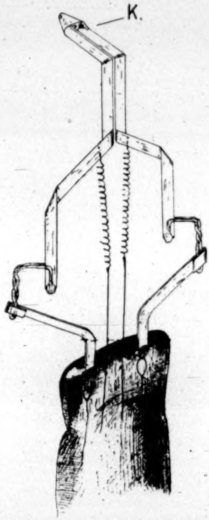
Über den spezifischen Widerstand und das Absorptionsvermögen des Wolframs bei hohen Temperaturen.

Von M. v. Pirani.

In seiner Arbeit über die spezifische Wärme der Metalle bei hohen Temperaturen[1]) verwendet Corbino die von mir in einer früheren Arbeit[2]) angegebenen Widerstandsmessungen an Wolfram bei hohen Temperaturen und findet, daß seinen Berechnungen von 1500° an aufwärts durch die von mir angegebenen Zahlen nicht mehr Genüge geleistet wird. Es gelingt dagegen, eine Übereinstimmung zu erzielen, wenn man statt der von mir angewandten Extrapolationsmethode, die auf der Anwendung einer dem Stefanschen Gesetz verwandten Beziehung beruht, einfach von 1500° an geradlinig extrapoliert.

Ich habe in letzter Zeit die Widerstandskurve des gezogenen Wolframs auf direktem Wege und ohne Extrapolation bis 2000° C untersucht und gefunden, daß nur ganz unwesentliche Abweichungen (s. w. u.) von den früheren Werten auftreten. Der Unterschied zwischen diesen Werten und denen Corbinos ist einfach dadurch zu erklären, daß die Temperaturen von „elektrodenlosen" glühenden Fäden, denen keine Wärme durch Leitung entzogen wird und die vollkommen gleichmäßig glühen, sich bei gleichem Widerstandsverhältnis nicht unerheblich von den Temperaturen mit Haltern und Elektroden versehener Bügel unterscheiden[3]). Z. B. ergibt der Versuch, daß beim Widerstandsverhältnis $W/W_{20} = 12$ für ein elektrodenloses Stück eine Temperatur von etwa 1900° anzusetzen ist, während für den Draht einer Wotanlampe von 110 Volt und 50 Kerzen beim gleichen Widerstandsverhältnis im Mittel etwa 2030° gefunden wird[4]) (Corbino gibt für entsprechende Verhältnisse in guter Übereinstimmung hiermit 2000° an)[5]).

Die Methode, die zur Kontrolle der Widerstandskurve des Wolframs angewandt wurde, war eine Kombination zweier Methoden meiner früheren Arbeit[1]) und erlaubte, die Widerstandsverhältnisse in Abhängigkeit von der wahren und schwarzen Temperatur zu bestimmen, wodurch sich zugleich die Möglichkeit ergab, das Absorptionsvermögen für die Wellenlänge 0,640 μ bei der beobachtet wurde, zu berechnen. Es wurde eine Bandlampe mit 1,25 mm breitem und 60 mm langem Wolframband von 0,05 mm Dicke benutzt, deren Form aus der beifolgenden Figur ersichtlich ist. Die Lampe wurde mit



0,03 mm dicken Spannungsabzweigungen aus Wolframdraht versehen, die sich an Stellen befanden, die in dem untersuchten Temperaturbereich mit der Mitte des Bandes gleiche Temperaturen besaßen.

Zur Bestimmung der wahren Temperatur war das Band so geformt, daß es ein dreieckiges Kästchen K von 1,25 mm Tiefe und $^1/_2$—1 mm Höhe bildete, welches in seinem engsten Teil annähernd wie ein schwarzer Körper strahlte. Die schwarze Temperatur wurde auf der Außenseite gemessen.

Um von den Versuchsfehlern bei der Berechnung des Absorptionsvermögens möglichst unabhängig zu werden, wurde für den Zusammenhang zwischen schwarzer Temperatur und Strom bzw. wahrer Temperatur und Strom je eine Kurve gezeichnet und mittels dieser die beobachteten Werte graphisch ausgeglichen und

1) Corbino, diese Zeitschr. **13**, 375, 1912.
2) v. Pirani, Verh. d. Deutschen Phys. Ges. **12**, 1910, S. 301 ff.
3) v. Pirani, Verh. d. Deutschen Phys. Ges. **12**, 1910, S. 342, Anm. 1.
4) v. Pirani u. Meyer, E.T.Z. Nr. 28, 1912, S. 720.
5) Corbino, a. a. O. S. 381.

1) v. Pirani, a. a. O. S. 311 und 321.

interpoliert. Die Kurve wich in keinem Falle mehr als 10° von der Beobachtung ab.

Die Temperaturmessung wurde mittels eines auf schwarze Temperatur geeichten Holborn-Kurlbaumschen Pyrometers mit Rotglas von der mittleren Wellenlänge 0,64[1]) ausgeführt. Als Temperaturkorrektion mußte die Absorption der Glasglocke, durch welche hindurch die Beobachtung ausgeführt wurde, in Betracht gezogen werden, und zwar so, daß die gemessenen Temperaturen um den durch Absorption verloren gegangenen Betrag erhöht wurden. Die Korrektion betrug bei 1750° C etwa 30° entsprechend der Gleichung

$$\frac{1}{T} - \frac{1}{T_1} = -7 \cdot 10^{-6},$$

wenn T_1 die geschwächte, T die ungeschwächte absolute Temperatur ist.

Die für das Absorptionsvermögen des Fadens charakteristische Konstante ergab sich zu

$$\frac{1}{T_w} - \frac{1}{T_s} = -32{,}6 \cdot 10^{-6} = \frac{\lambda}{c} \log \text{nat} A_\lambda$$

(wenn T_w die wahre und T_s die schwarze Temperatur bedeutet), entsprechend einem Absorptionsvermögen $A_\lambda = 0{,}485$ für $\lambda = 0{,}64$. Dieses Messungsergebnis ist mit einer Ungenauigkeit von $\pm 7{,}5\%$ behaftet. Der angegebene Mittelwert ist 2% kleiner als der von W. W. Coblentz bei Zimmertemperatur für die gleiche Wellenlänge gefundene[2]).

Der zwischen den beiden Abzweigungen gemessene Widerstand betrug bei 20° 0,0385 Ohm. Die folgende Tabelle gibt den Zusammenhang

Tabelle I.

Temp. Grad Celsius	W/W_{20} 1910	W/W_{20} 1912
100	1,33	
200	1,77	
300	2,23	
400	2,7	
500	3,2	
600	3,75	
700	4,3	
800	4,87	
900	5,45	
1000	6,0	
1100	6,63	6,65
1200	7,22	7,15
1300	7,82	7,80
1400	8,4	8,45
1500	9,0	9,18
1600	9,65	9,88
1700	10,35	10,57
1800	11,15	11,3
1900	12,1	12,0
2000	13,0	12,7

1) v. Pirani u. Meyer, Verh. d. Deutschen Phys. Ges. 13, 1911, S. 545.

2) W. W. Coblentz, Journ. Franklin Inst. 180, S. 176.

von W/W_{20} mit der wahren Temperatur; in der Spalte mit der Überschrift 1910 sind die in der früheren Arbeit angegebenen Werte enthalten, in der Spalte mit der Überschrift 1912 die neuen Werte.

Tabelle II.

W/W_{20}	Corbino	1910	1912
	Temperatur Grad Celsius		
4	650°	650°	
5	820	820	
6	1000	1000	
7	1160	1165	1180
8	1330	1330	1330
9	1500	1500	1475
10	1665	1650	1620
11	1835	1780	1760
12	2000	1890	1900

Tabelle II gibt eine Gegenüberstellung der Temperaturwerte von Corbino mit den Versuchsreihen von 1910 und 1912 bei ganzen Vielfachen des Verhältnisses W/W_{20}. Die Werte, die Corbino mit Recht annimmt, stehen zwar nicht in Einklang mit den „reinen" Widerstandswerten des Wolframs, wohl aber mit den Werten, die sich bei der Untersuchung der Widerstandsänderungen von Glühlampen ergeben.

(Eingegangen 8. Juli 1912.)

Zur Frage der Bestimmung des elektrischen Elementarquantums an Metallsuspensionen.

(Aus dem Phys. Institut der Universität Graz: Nr. 6).

Von Anton Mayer.

Die Untersuchungen, welche F. Ehrenhaft angestellt hat, um die Größe der Ladung an zerstäubten Metallteilchen zu bestimmen, hat ihn zu einer Verneinung des elektrischen Elementarquantums geführt. Eine Reihe von Arbeiten von Przibram, Weiss, Regener suchen ebenso wie der Verfasser[1]) die möglichen Fehlerquellen Ehrenhafts aufzufinden und ihren Einfluß auf das Resultat zu untersuchen.

Die experimentelle Methode des Verfassers unterscheidet sich im wesentlichen von der bei Ehrenhaft angegebenen Methode nicht. Eine Neuerung sind lediglich die in eine Glasplatte eingeritzten Okularmarken, die durch seitliche Beleuchtung sichtbar gemacht werden. Die Beobachtung geht derart vor sich, daß ein geladenes Teilchen im Schwerfelde, und darauf in

1) Die ausführlicheren Angaben und anschließende Untersuchungen erscheinen demnächst in den Wien. Ber.

einem elektrostatischen Felde A oder B abwechselnd zur Messung kommt.

Wir erhalten 3 Serien von Zeitwerten t_{Si} und t_{EAi}, $t_{EBi} \cdot i = 1, 2 \cdots n$. Für jede dieser Messungsserien können wir einen mittleren Fehler bestimmen. Die Bezeichnung der Mittelwerte und ihrer Fehler sind:

$$t_S \pm \mu_S, \quad t_{EA} \pm \mu_{EA}, \quad t_{EB} \pm \mu_{EB}.$$

Wenn wir für das Feld A den Ladungswert mit e_A und dessen mittleren Fehler mit μ_A bezeichnen, so ist uns e_A durch die Stokessche Formel gegeben. Allgemein

$$e_A = c \cdot f(t_S, t_{EA})$$

$$\mu_A = \sqrt{\left(\frac{\partial e}{\partial t_S}\right) \mu_S{}^2 + \left(\frac{\partial e}{\partial t_{EA}}\right) \mu_{EA}{}^2}.$$

Aus e_A und dessen mittlerem Fehler und den korrespondierenden Werten im Felde B läßt sich ein betonter Wert e und dessen mittlere Fehler μ rechnen.

$$e = \frac{\frac{e_A}{\mu_A{}^2} + \frac{e_B}{\mu_B{}^2}}{\frac{1}{\mu_A{}^2} + \frac{1}{\mu_B{}^2}}, \qquad \mu = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\mu_A{}^2} + \frac{1}{\mu_B{}^2}}}.$$

Die mit Berücksichtigung der von Millikan verwendeten Korrektur der Stokesschen Formel gerechneten Ladungswerte sind nachstehend samt den zugehörigen Radien angegeben.

$a \cdot 10^6$	$(e \pm \mu)\, 10^{10}$	$a \cdot 10^6$	$(e \pm \mu)\, 10^{10}$
9,7	6,91 ± 0,38	10,5	3,93 ± 0,71
9,8	9,07 0,90	10,5	5,01 0,43
8,3	4,03 0,63	9,9	4,86 0,42
8,1	2,13 0,35	12,3	9,55 0,62
10,1	3,87 0,27	11,8	7,81 0,65
10,4	5,18 0,57	9,2	4,17 0,30
6,1	1,04 0,16	6,5	3,90 0,64
11,2	16,61 0,83	8,5	3,09 0,61
9,5	4,68 0,34	7,5	3,20 0,97
14,2	11,29 0,83	7,8	3,33 0,25
7,8	3,58 0,56	8,0	4,37 0,34
12,6	6,74 0,36	9,4	3,97 0,27
7,5	2,45 0,22	8,2	5,28 0,78
9,2	2,77 0,15	12,2	7,53 0,43
11,6	5,41 0,78	11,2	7,04 1,19
6,5	1,17 0,17	8,9	4,96 0,71
10,0	3,47 0,37	10,6	6,05 0,58
12,4	5,90 0,18	10,0	6,22 0,41
10,5	5,73 ± 0,70	9,9	3,54 0,49
9,6	5,26 1,05	12,7	7,17 0,19
6,1	3,37 0,50	9,1	4,60 0,63

Von den vorstehenden Werten sind die ersten 18 in der Nähe der Kondensatorplatten gemessen. Diese Werte zeigen eine größere Unregelmäßigkeit und werden zur weiteren Rechnung nicht benutzt. Ein Erklärungsversuch wird an anderer Stelle ausgeführt werden. Die folgenden 24 Werte sind Ergebnisse von Messungen in der Mitte der Platten.

Eine Anordnung dieser Werte in einer ersten Verteilungskurve ergibt, daß fünf davon in einem zweiten Intervalle liegen. Die 17 Ladungswerte, welche im ersten Intervalle zu liegen scheinen, hat der Verfasser weiter untersucht.

Die Werte wurden mit Berücksichtigung ihrer Fehler zu einer Bestimmung eines mittleren Wertes e_{Mittel} verwendet. Es wurde auch der Fehler dieses e_{Mittel} gerechnet.

$$10^{10} e_{\text{Mittel}} = 4{,}33 \pm 0{,}10.$$

Die Differenzen $e - e_{\text{Mittel}} = \lambda$ lassen uns ein mittleres Fehlerquadrat finden.

$$m^2 = \frac{\Sigma \lambda^2}{n}.$$

Setzen wir in die allgemeine Gleichung der Fehlerverteilungskurve dieses m numerisch ein, so ist für unseren Fall die Gleichung gegeben durch

$$y = 0{,}4179 e^{-\frac{x^2}{1{,}822}}.$$

Da die Häufigkeit eines Fehlers mit der durch obige Formel theoretisch geforderten gute Übereinstimmung zeigt, so folgert der Verfasser daraus, daß wir es bei den Messungen Ehrenhafts mit einer Fehlerquelle zu tun haben, die bei einem Teilchen konstant ist, aber von Teilchen zu Teilchen wechselt. Diese dürfte in einer schwammartigen Struktur zu suchen sein, welche die Anwendung der Stokesschen Formel unzulässig macht.

Graz, Physik. Institut, 8. Juni 1912.

(Eingegangen 1. Juli 1912.)

Die Emission von Ionen und Elektronen seitens eines Funkens in verdünnter Luft und die ionomagnetischen Drehungen. Erster Teil: Weitere Beiträge zur Untersuchung der von den Funken ausgesandten Teilchen. (L'Emissione di Ioni ed Elettroni da una Scintilla nell'Aria Rarafetta e le Rotazioni Ionomagnetiche. Parte Prima: Complementi allo studio delle particelle emesse dalle scintille.)

Von Augusto Righi[1]).

I. Frühere Versuche.

In einer früheren Arbeit[2]) habe ich über Versuche berichtet, durch die dargetan wird, daß, wenn man auf eine Funkenentladung in verdünnter Luft ein Magnetfeld wirken läßt, der Funken den Charakter eines Bündels magne-

1) Vorgetragen in der Sitzung der Reale Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna am 28. Januar 1912.

2) Mem. della R. Acc. di Bologna, 26. Nov. 1911; diese Zeitschr. **13**, 65, 1912.

tischer Strahlen annimmt. Diese Versuche führten mich gelegentlich zu der Beobachtung, daß rings um den Funken eine Art Bombardement mit Ionen und Elektronen stattfindet, das man nachweisen kann, wenn man die mechanische Wirkung benutzt, die es auf bewegliche Körper von geeigneter Gestalt ausübt.

Die Versuche, die ich in der genannten Mitteilung beschrieben habe, haben den Gegenstand bei weitem nicht erschöpft. Im Gegenteil! Sie haben neue Wege der Forschung nach den verschiedensten Richtungen hin eröffnet. Einige von diesen Wegen habe ich seither nicht ohne Erfolg begangen, während andere schließlich noch Forschungsmaterial liefern sollen. Über die erhaltenen neuen Ergebnisse habe ich bereits in ein paar kurzen Bemerkungen[1]) einige Angaben gemacht, aber erst in der vorliegenden Arbeit sind die neuen Tatsachen und deren Deutung vollständig dargestellt.

II. Allgemeine Versuchsanordnung.

Ich behalte mir vor, weiterhin, je nachdem sich die Gelegenheit bietet, die zahlreichen Apparate zu beschreiben, die ich für die verschiedenen Versuche konstruiert habe. Ich muß aber gleich jetzt angeben, wie die zur Erzeugung der Entladung dienenden Apparate angeordnet waren.

Diese ganz bekannte und häufig benutzte Anordnung ist die zweite der in der zu Anfang der vorliegenden Mitteilung angeführten Arbeit geschilderten. Ich lasse hier eine Beschreibung folgen, die noch ausführlicher ist als die dort gegebene.

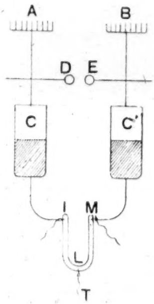


Fig. 1.

Die Hauptkonduktoren A und B (Fig. 1) einer großen Elektrisiermaschine (Modell Holtz mit vier großen Scheiben und großer Umlaufsgeschwindigkeit) stehen mit den inneren Belegungen zweier identischer Kondensatoren C, C', und mit dem Spinterometer DE in Verbindung, während die äußeren Belegungen der Kondensatoren mit den beiden Elektroden eines der weiter unten beschriebenen Entladungsapparate verbunden sind. Diese Elektroden (und somit auch die eben erwähnten äußeren Belegungen) sind jedoch untereinander und mit der Erde durch eine in einem Rohre ILM enthaltene Wassersäule verbunden. Zu diesem Zwecke stehen drei in das Glas eingeschmolzene Platindrähte I, L, M, durch Vermittlung von Metalldrähten mit der äußeren Belegung von C, mit der Erde T und mit der äußeren Belegung von C' in Verbindung. Der Funken zwischen den Elektroden des bei dem Versuche benutzten Apparates ist also einer von denen, welche die italienischen Elektriker des vorigen Jahrhunderts (z. B. Belli) als seitliche Entladung bezeichneten, oder die Lodge als impulsive Entladung bezeichnet.

Die Anwesenheit der Flüssigkeitssäule (deren spezifischer Widerstand und deren Abmessungen man durch Probieren ändern muß)[1]), gestattet die Aufladung der Kondensatoren, bis zwischen den Kugeln D und E eine Entladung übergeht. Gleichzeitig springt zwischen den mit I und M verbundenen Elektroden ein Funken über, wenn der Abstand zwischen D und E nicht allzu klein ist. Man kann aber immer — dank der Anwesenheit der Wassersäule — sagen, daß in dem zur Untersuchung dienenden Apparat nur während der sehr kurzen Dauer dieses Funkens merkliche elektrische Ladungen vorhanden sind. Hierdurch werden in vielen Fällen gewisse Fehlerquellen eliminiert oder auf ein Mindestmaß herabgesetzt, die besonders dann schädlich sind, wenn man es mit sehr beweglichen leichten Körpern zu tun hat. Die Kondensatoren CC' hatten in verschiedenen Fällen verschiedene Kapazität. Wenn nichts Gegenteiliges vermerkt wird, so soll angenommen werden, daß die Kapazität jedes einzelnen von ihnen 37620 elektrostatische Einheiten beträgt. In Wirklichkeit bestanden diese Kondensatoren aus je 54 großen Flaschen, die je nach Bedarf untereinander verschieden geschaltet wurden.

Die Anzahl der in jeder Sekunde auftretenden Entladungen ist um so größer, je kleiner die Kapazität der Kondensatoren und je kleiner der gegenseitige Abstand der Kugeln D und E

1) C. R., 15. Januar und 19. Februar 1912.

1) In der Mehrzahl der Fälle hatte die Röhre ILM eine Länge von etwa 30 cm und einen Durchmesser von 1 cm und enthielt destilliertes Wasser. Man muß sich davon überzeugen, daß in den Zwischenzeiten zwischen zwei Funken kein Licht auf den Elektroden erscheint. Diese Bedingung ist bei den Versuchen des zweiten Teiles sehr wichtig, während sie bei denen dieses ersten Teiles nur sehr geringe Bedeutung hat.

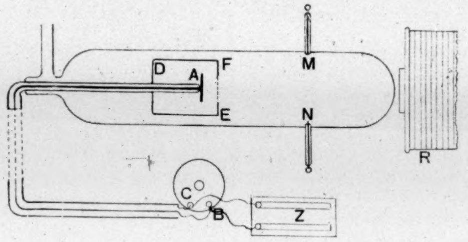


Fig. 2.

ist: diesen Abstand werde ich fernerhin mit s bezeichnen und ihn in Millimetern angeben.

Bei der oben angegebenen Kapazität erhielt ich in der Sekunde von einer bis zu vier Entladungen, wenn ich den Wert der Entfernung s innerhalb passender Grenzen veränderte.

III. Transportierte Ladungen.

Ich habe neue Versuche angestellt, um die Ladungen zu untersuchen, welche die von dem Funken ausgehenden Teilchen besitzen. Dabei habe ich mich der in Fig. 2 angegebenen Versuchsanordnung bedient.

Der Funke springt zwischen den Elektroden M und N über. Diese sind deshalb mit den äußeren Belegungen der beiden Kondensatoren (C und C' in Fig. 1) verbunden, während ein Faradayscher Käfig DE in der Röhre in einem nach Belieben veränderlichen Abstande angeordnet ist. Wie in allen übrigen Apparaten, deren Beschreibung ich hier werde folgen lassen, bestehen die Elektroden, zwischen denen die Funken in verdünnter Luft übergehen, aus dicken Metalldrähten; diese sind von Glasröhren umgeben, die nur ein kurzes Stück am Ende frei lassen.

Der Metallkasten DEF, der in der Mitte der Fläche EF ein durch ein Metalldrahtnetz verschlossenes Loch enthält, setzt sich in einer Metallröhre fort. Diese führt bis dicht an ein Galvanometer und ist mit einer der beiden Galvanometerklemmen C und gleichzeitig mit der Erde verbunden. Der Kasten enthält die kleine Scheibe A, die durch einen isolierten und von der eben genannten Röhre umgebenen Metalldraht mit der zweiten Galvanometerklemme B verbunden ist.

Das Instrument schlägt unter der Einwirkung der von der Scheibe A aufgenommenen Ladungen aus und ist dank der getroffenen Anordnung keinen Störungen durch die Nähe der übrigen Apparate unterworfen. Da das Galvanometer eine hohe Empfindlichkeit besitzt (1 mm der Skale entspricht $5{,}87 \cdot 10^{-10}$ Ampere), so würde der Ausschlag in manchen Fällen zu groß werden, wenn man ihn nicht durch einen Rheostaten Z, im Nebenschluß, in bekanntem Verhältnis herabmindern würde.

In den nachstehenden Tabellen, welche die Ergebnisse einiger Messungsreihen angeben, sind die Ausschläge sämtlich auf Mikroampere reduziert. Mit P ist der Druck der Luft in mm bezeichnet, mit i die Stromstärke und mit d der Abstand zwischen der Fläche EF des Kastens DE und der Funkenstrecke MN in mm. Der Funke in freier Luft war $s = 2$ mm lang.

$d = 120$			$d = 60$			$d = 30$		
P	i	i'	P	i	i'	P	i	i'
2,5	0,09	0,01	2,4	0,19	0,03	2,7	0,25	0,21
2,2	0,30	0,06	1,5	8,82	1,76	1,9	1,07	0,47
1,9	1,78	0,83	1	19,12	5,45	1,25	7,35	0,39
1,4	2,94	2,06	0,50	10,29	6,43	0,90	9,70	0,39
0,42	4,41	1,47	0,38	7,08	3,54	0,64	5,88	0
0,30	8,82	5,59	0,16	7,08	3,31	0,35	4,35	−2,07
0,14	16,17	9,12						

Läßt man zunächst einmal die Spalte mit der Überschrift i' außer acht, so erkennt man — trotz mancher Unregelmäßigkeiten im Gange der Werte von i, die sich sehr leicht aus dem Umstande erklären, daß man die einzelnen aufeinanderfolgenden Funken nicht als absolut untereinander identisch ansehen kann — folgendes: Die Ladung, welche die Scheibe in der Zeiteinheit aufnimmt, ist positiv; sie nimmt im allgemeinen von einem bestimmten Werte von d an mit wachsendem d ab; schließlich zeigt sich bei größerer Verdünnung eine Abnahme dieser Ladung. Diese Abnahme, die sehr merklich wird, wenn man die Luft viel stärker verdünnt, als es in den in der vorstehenden Tabelle verzeichneten Fällen geschehen ist, beruht wahrscheinlich auf der Verringerung der Anzahl der in dem Apparat enthaltenen Gasmoleküle, welche die elektrischen Teilchen zu

liefern vermögen, die dann von dem Funken ausgeschleudert werden.

Hierdurch wird meine Folgerung aus den ersten mehr summarischen Versuchen bestätigt.

Natürlich gelangen nach *A* nicht nur positive Ionen, sondern auch Elektronen und vielleicht auch negative Ionen, so daß man es gewissermaßen mit einem Differentialvorgang zu tun hat. Ich habe, unter gleichzeitiger Vornahme einiger Messungen, einen bereits beschriebenen Versuch wiederholt, den man erhält, wenn man in der Röhre ziemlich dicht an dem Faradaykäfig *DE* (siehe Fig. 3) eine

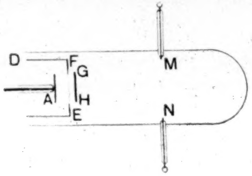


Fig. 3.

Metallscheibe *GH* anordnet, die sozusagen die Scheibe *A* vor den Ionen schützt, die unmittelbar aus dem Gebiete, in welchem die Funken überspringen, dorthin gelangen können. Ich teile hier einige Ergebnisse mit.

$d = 120$			$d = 55$		
p	i	i'	p	i	i'
3,3	0	0	4,6	− 0,01	− 0,01
2,5	− 0,02	− 0,02	3,3	− 0,02	− 0,01
1,8	− 0,04	− 0,04	1,9	+ 0,10	+ 0,06
1,35	− 0,13	− 0,16	0,74	+ 6,49	+ 2,36
1	+ 1,01	+ 0,16			
0,56	+ 4,25	+ 0,83			
0,42	+ 5,98	+ 1,47			
0,30	+ 7,35	+ 1,47			

Wie man sieht, überwiegen, wenn die Luft stark verdünnt ist, auf der Kollektorscheibe noch positive Ladungen; bei sehr mäßiger Verdünnung nimmt aber diese Scheibe mehr negative Elektrizität auf als positive.

Diese Tatsachen scheinen mir darauf hinzudeuten, daß sich zwar die in dem Gebiete des von den Funken durchlaufenen Gases entstandenen Teilchen, und zwar die positiven wie die negativen, rasch über das ganze Gefäß verteilen, daß indessen in den von der Funkenstrecke weiter entfernten Gebieten jene Bewegungen noch in gewissem Maße überwiegen, deren Richtung vom Funken ausgeht, und zwar besonders bei den positiven Ionen, weil deren Masse viel größer ist als die den Elektronen zukommende.

Die Gegenwart der Scheibe *GH* wird dazu dienen, einen Teil dieser positiven Ionen zurückzuhalten, was einen geringeren Ausschlag des Galvanometers und sogar einen Richtungswechsel dieses Ausschlages zur Folge haben wird.

IV. Einfluß des Schirmes auf die mechanische Wirkung der Teilchen.

Es war von Interesse, zu untersuchen, welchen Einfluß die Anwesenheit einer Scheibe *GH* in Fig. 3 haben würde, wenn man nicht einfach die transportierten Ladungen sammelt, sondern die mechanische Wirkung, welche die in Bewegung befindlichen Teilchen hervorbringen, mißt, indem man an die Stelle der Kollektorscheibe *A* eine sehr bewegliche kleine Mühle setzt. Aus Bequemlichkeitsgründen wurde der Apparat in diesem Falle vertikal aufgestellt, wie es Fig. 4 (Maßstab 1 : 3) zeigt. In dieser Figur sind *B* und *C* die Elektroden, *K* ist eine horizontale

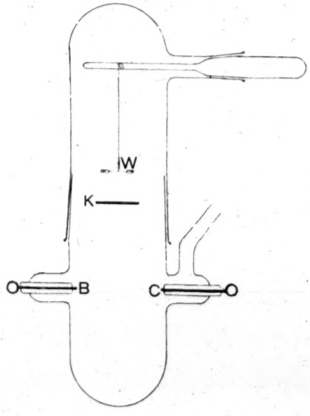


Fig. 4.

Glasscheibe, *W* ein leichtes Mühlrädchen mit geneigten Flügeln, das sich in vertikaler Richtung verschieben läßt, indem man den sehr feinen Kokonfaden, an dem das Rädchen hängt, mehr oder minder weit auf ein Glasröhrchen aufwickelt, das man mittels eines Schliffes nach Belieben drehen kann. Man kann mit Leichtigkeit die Scheibe *K* verschieden anordnen und sie nach Bedarf von ihrem Platze entfernen, ohne das Mühlrädchen fortnehmen zu müssen. Der Apparat besteht nämlich aus zwei Teilen, die durch einen eingeschliffenen Konus miteinander verbunden werden.

Bei dieser Versuchsanordnung habe ich im

allgemeinen beobachtet, daß das Rädchen sich auch dann dreht, wenn die Scheibe K (deren Durchmesser etwas größer ist als jener des Rädchens) vorhanden ist. Jedoch ist, je nach Lage des Falles, die Drehung mehr oder minder schnell und kann sogar die Richtung wechseln. Als Beispiel gebe ich hier die Schilderung eines Versuches, bei dem $P = 0{,}5$ mm, $s = 3$ mm war.

Als K 55 mm oberhalb BC stand, sah ich, daß sich das Mühlrädchen, wenn der Abstand zwischen K und W 12 mm betrug, gar nicht drehte. Wenn ich es höher stellte, drehte es sich in der gewöhnlichen Richtung, d. h. als ob ein Luftstrom von unten nach oben wehte. Als ich es aber etwas gesenkt hatte, so daß sein Abstand von K kleiner war als 12 mm, begann es, sich im entgegengesetzten Sinne zu drehen, als ob es unter der Einwirkung eines von oben nach unten wehenden Luftzuges stände.

Dieser Versuch ist meines Erachtens ein Zeichen für das Vorhandensein einer Art Reflexion oder Rückstoßes auf die Gefäßwandung seitens der Teilchen, die aus dem von dem Funken durchlaufenen Gebiete emittiert werden.

Um diese Reflexion, falls sie vorhanden wäre, nachzuweisen, dachte ich daran, folgenden Versuch auszuführen, der denn auch tatsächlich den vorausgesehenen Effekt ergab.

Der Apparat besteht aus einem Glasballon SS (siehe Fig. 5 in $^1/_4$ natürlicher Größe) mit drei

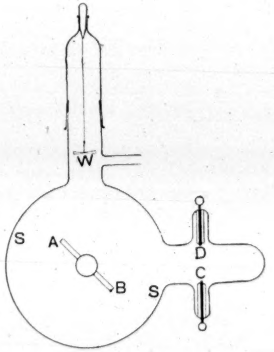


Fig. 5.

kreisrunden Bohrungen. In einer dieser Bohrungen ist ein Glasschliff eingesetzt (dessen Achse senkrecht zur Ebene der Zeichnung steht). Dieser Schliff gestattet, eine Glasscheibe AB, deren Mittelpunkt mit jenem des Ballons zusammenfällt, mehr oder minder stark zu neigen. Durch eine zweite, ziemlich große Bohrung steht der Ballon mit einer horizontalen Röhre in Verbindung, in welche die Funkenelektroden C und D hineinragen. Die dritte, oben angeordnete Bohrung endlich nimmt eine vertikale Röhre auf, in der das Mühlrädchen W hängt.

Dieses Rädchen dreht sich unter der Einwirkung des Bombardements, das es mehr oder minder mittelbar von den Funken empfängt. Wenn man aber die anfänglich horizontal angeordnete Scheibe AB dreht, bis sie, wie in der Figur, eine Neigung um 45^0 erhält, so wird die mechanische Wirkung auf das Mühlrädchen merklich erhöht. Hatte sich beispielsweise, während die Scheibe horizontal stand, das Mühlrädchen so lange weiter gedreht, bis es schließlich durch die Torsion des Aufhängefadens gehemmt worden war, so brauchte man nur der Scheibe die erwähnte Neigung zu erteilen, damit von neuem eine Drehung stattfand und somit die Torsion erhöht wurde. Dieser Effekt läßt sich mit voller Sicherheit feststellen, obschon er weniger ausgeprägt ist, als man vielleicht erwarten sollte.

V. Neuer Apparat zum Studium des von den Funken herrührenden Bombardements.

Um den Mechanismus der untersuchten Erscheinungen ein wenig aufzuklären, erschien es mir notwendig, einige Messungen über die Wirkung des in verschiedenen Entfernungen vom Funken erzeugten Bombardements anzustellen. Ich wurde aber alsbald gewahr, daß die in Fig. 4 dargestellte Entladungsröhre sich für diesen Zweck schlecht eignete, und zwar besonders deshalb, weil sich die Funkenstrecke nicht auf mittlerer Höhe des Apparates befindet, was eine Unsymmetrie zwischen den oberhalb und den unterhalb des Funkens verlaufenden Erscheinungen zur Folge hat. Aus diesem Grunde sowie auch, um ihn leichter öffnen und schließen zu können, wenn die Mühlrädchen ausgewechselt werden sollen, habe ich den in Fig. 6 dargestellten Apparat konstruiert, den ich späterhin auch für andere Zwecke ausführlich benutzt habe.

Der Apparat besteht aus einem 14 cm hohen dickwandigen Glaszylinder AB (siehe Fig. 6 im Maßstabe 1 : 4), der an den beiden gut geschliffenen Grundflächen mittels der ebenen Platten EF und GH verschlossen werden kann. Die letztgenannte dieser beiden Platten ist in der Mitte zur Aufnahme des Röhrensystems LNQ durchbohrt, welches analog dem in Fig. 4 dargestellten als Aufhängungssystem für die

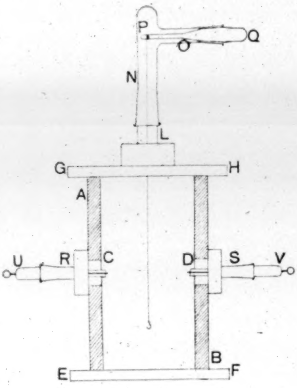


Fig. 6.

Mühlrädchen gedacht ist. Aber außer dem Schliff O, der das Röhrchen PQ, um das sich der Aufhängefaden wickelt, um sich selbst zu drehen gestattet, befindet sich in L ein weiterer konischer Schliff, der sich als sehr nützlich erweist, besonders für die Zentrierung des Rädchens zu den Wänden. Die Funkenelektroden ragen durch die beiden Bohrungen C, D in den Apparat hinein und sind an Glasröhren U, V befestigt, die durch eingeschliffene Konusse mit den feststehenden Röhren R, S verbunden sind. Von einer der Röhren R, S geht ein — in der Figur nicht dargestelltes — Glasrohr aus, das zur Pumpe führt. In seiner endgültigen Gestalt, die der Apparat später angenommen hat, sind die Röhren R, S an die Zylinderwand — die nicht mehr so dick ist wie bei dem ersten Apparate — angeschmolzen, und ebenso ist L an GH angeschmolzen, während die Unterseite des Zylinders geschlossen ist. Dadurch nimmt der Apparat das Aussehen des in Fig. 23 (s. später) dargestellten an. Ich habe aber lange und mit Erfolg den in Fig. 6 dargestellten Apparat benutzt, bei dem diese Verbindungen mit Quecksilber und Siegellack hergestellt sind[1]).

1) Seit sehr langer Zeit verwende ich in den provisorischen Apparaten für verdünnte Gase Quecksilberdichtungen, die wirksam und leicht herstellbar sind. Um auch anderen Forschern ihre Anwendung zu ermöglichen, gebe ich hier eine Ausführungsform an, wobei ich annehmen will, daß es sich beispielsweise um die Verbindung der Röhre L mit der Platte GH in Fig. 6 handeln möge. Die Röhre (siehe Fig. 7) wird mittels Siegellacks in der Bohrung der Platte GH befestigt. Ebenso (oder auch mittels eines Kittes aus Wasserglas und Kalziumkarbonat) wird der Glasring BC auf GH aufgekittet. In M, M wird Quecksilber eingegossen, das dann durch eine dicke Schicht N, N von Siegellack oder Gips unbeweglich gemacht wird.

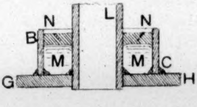


Fig. 7.

In dem neuen Apparate wird der Kokonfaden, an dem das Mühlrädchen hängt, nicht einfach mehr oder weniger weit auf das Röhrchen PQ aufgewickelt. Wenn ich diese Anordnung beibehalten hätte, so hätte ich notwendigerweise die Länge des freien Teiles dieses Fadens und damit seine Torsionselastizität verändern müssen, so oft ich das Mühlrädchen in anderen Abstand vom Funken und somit auf andere Höhe hätte bringen wollen. Durch die in Fig. 8 angegebene Anordnung wird dieser Übelstand behoben, da der Kokonfaden eine unveränderliche Länge hat und auf das Röhr-

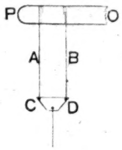


Fig. 8.

chen PO zwei dicke Fäden A, B mehr oder weniger weit aufgewickelt werden, welche das Plättchen CD tragen, an dessen unterem Ende der erwähnte Aufhängefaden befestigt ist.

VI. Mechanische Wirkung in verschiedenen Abständen vom Funken.

Es war vorauszusehen, daß die seitens des Funkens hervorgebrachte mechanische Wirkung bei einem gewissen Abstande zwischen dem Mühlrädchen und der Achse des Funkens ein Maximum aufweisen würde. Es liegt nämlich kein Grund vor, weshalb sich das Rädchen drehen sollte, wenn es sich auf der Höhe des Funkens befindet, und zwar aus verschiedenen Ursachen. Bringt man es weiter nach unten, so wird es eine Drehbewegung in einem bestimmten Sinne annehmen; bringt man es hingegen weiter nach oben, so wird es sich im entgegengesetzten Sinne zu drehen beginnen. Entfernt man es aber immer weiter, so wird die Wirkung notwendigerweise wiederum abschwellen müssen. Man wird daher in einem gewissen Abstande ein Maximum der Wirkung erhalten, und mithin wird dort die Torsion des Auf-

hängefadens, die das Rädchen anzuhalten vermag, am größten sein.

Eben diese Torsion, die dem Bombardement das Gleichgewicht hält, habe ich unter verschiedenen Versuchsbedingungen gemessen, und zwar besonders bei verschiedenen Abständen zwischen dem Mittelpunkte des Rädchens und der Geraden, welche die gemeinsame Achse der beiden Elektroden bildet.

Eine von 10^0 zu 10^0 geteilte Skala, die auf einen Papierstreifen aufgezeichnet und außen auf den in Fig. 6 dargestellten Apparat aufgeklebt worden war, erleichterte die Messung der Torsion mit hinreichender Genauigkeit, wenn die Drehung, die das Mühlrädchen ausgeführt hatte, ehe es zur Ruhe kam, mehrere Umläufe ausmacht. Als Beispiel führe ich hier die Ergebnisse einer Messungsreihe an. Mit d bezeichne ich dabei den Abstand zwischen dem Mühlrädchen und der Funkenachse in Millimetern, mit T die Torsion des Fadens, die das Rädchen zum Halten bringt, ausgedrückt in ganzen Umdrehungen und Bruchteilen einer solchen:

d....	5	10	15	20	30	40
T....	6,7	12,9	11,2	10	5,7	3,4

Bei diesen Versuchen befand sich das Mühlrädchen oberhalb des Funkens. Für gleiche Abstände, aber bei unterhalb der Funkenstrecke befindlichem Rädchen, wurden wenig abweichende Werte gewonnen. Das wäre bei Verwendung der in Fig. 4 abgebildeten Röhre nicht der Fall gewesen, denn bei dieser würden gleichen Werten der Torsion größere Abstände entsprechen, wenn sich das Rädchen oberhalb des Funkens befindet, als wenn es sich unterhalb befindet. Jedenfalls würde sich aber das Vorhandensein eines Abstandes, in welchem das Bombardement ein Maximum der Wirksamkeit besitzt, gleichfalls ergeben haben.

Natürlich ändern sich die Zahlenwerte mit s, C und P. Der Gang der Erscheinungen bleibt jedoch unverändert.

VII. Einfluß des Druckes.

Der Einfluß, den der Wert von P auf die Ergebnisse hat, verdient eine besondere Betrachtung. Auch hier war die Wirkung einer Änderung des Druckes der in dem Apparate enthaltenen Luft qualitativ leichter vorauszusehen.

Zunächst ist es nämlich klar, daß bei zu hohen Drucken die Zusammenstöße zwischen Gasmolekülen und elektrisch geladenen Teilchen so häufig werden müssen, daß diese sich schließlich auch in nicht großer Entfernung von dem Gebiete, in dem sie erzeugt werden, unterschiedslos nach jeder Richtung bewegen müssen. Andererseits ist es wahrscheinlich, daß bei starker Verdünnung der Luft die Wirkungen schließlich abnehmen müssen, weil die Anzahl der vorhandenen ionisierungsfähigen Gasmoleküle kleiner wird.

Dies alles ist durch Versuche bestätigt worden, die dem eben beschriebenen ähnlich sind, jedoch mit dem Unterschiede, daß das Mühlrädchen auf einer bestimmten Höhe verblieb, und der Druck geändert wurde. Ich habe aber dieses Ergebnis noch durch einen Versuch anderer Art bestätigt, und zwar mit Hilfe des in Fig. 9 abgebildeten Apparates.

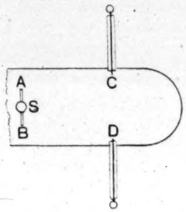


Fig. 9.

Die Entladungsröhre ist horizontal, und C und D sind die Elektroden. Das Bombardement erfolgt gegen eine kleine Scheibe AB, aus Glimmer oder aus Metall, an der ein kleiner Planspiegel S befestigt ist. In diesem Spiegel betrachtet man mittels eines Fernrohres das Bild einer Millimeterskala. Die Scheibe ist am Ende einer horizontalen Feder befestigt, fast gerade so wie der Anker einer elektrischen Klingel an seiner Feder. Diese Feder ist mit dem anderen Ende an der Wand der Röhre befestigt. Infolge des Bombardements, dem sie ausgesetzt ist, biegt sich die Scheibe, jedoch wegen des intermittierenden Charakters des Vorganges sowie der Ungleichheit der einzelnen aufeinanderfolgenden Funken nicht dauernd. Dennoch gelingt es, wenn man auch nur selten das Bild der Skala einmal unbeweglich zu sehen bekommt, Zahlenwerte zu gewinnen, die genügen, um zuverlässige Angaben über den Gang der Erscheinungen zu erhalten.

Ich bezeichne mit P den Druck in mm und mit T den Ausschlag (als Mittelwert aus drei Ablesungen):

P	0,08	0,15	0,19	0,28	0,44	0,63	0,84	1,21	1,45
T	7,4	10,5	12,5	19,3	30	43,5	57,5	75	79,7

Die merkliche Abnahme der mechanischen Wirkung mit abnehmendem Druck tritt also

deutlich hervor. Sie wird auch noch durch andere Versuche bestätigt, die ich mit einer von dieser abweichenden Anordnung angestellt habe, nämlich mit dem in Fig. 6 wiedergegebenen Apparate, in dem das Mühlrädchen mit schraubenförmigen Flügeln von einer wenig empfindlichen Bifilaraufhängung getragen wurde, so daß es sich unter der Einwirkung des Bombardements um einen sehr kleinen Winkel verschob. Die den verschiedenen Drucken entsprechenden Ablenkungen wurden nach der Reflexionsmethode mit Hilfe eines kleinen vertikalen Spiegels abgelesen, der unter dem Rädchen befestigt war. Bei einer Messungsreihe fand ich:

P	0,14	0,21	0,38	0,71	0,97	1,18	1,93	3,95	4,2
T	20	39	45	72	82	92	85	34	34

Auch bei dieser neuen Anordnung bleibt die Unbequemlichkeit der vorigen bestehen, daß es fast niemals gelingt, den Spiegel im Stillstande zu sehen. Man gelangt aber zu recht befriedigenden Ergebnissen, wenn man die äußersten Punkte der aufeinanderfolgenden Schwingungen zu beiden Seiten abliest und daraus in bekannter Weise die Ruhelage berechnet.

Außer der Verminderung der mechanischen Wirkung, die sich bei niederen Drucken zeigt, beobachtet man hier noch die weitere Verminderung bei höheren Drucken, die vermutlich davon herrührt, daß die Häufigkeit der Zusammenstöße zunimmt, die dahin wirken, daß die Teilchen aufhören, bevorzugte Richtungen zu haben.

Es besteht also ein — je nach den Umständen verschiedener — Druck, bei dem die Wirkung des Bombardements am größten ist.

Natürlich kann man den Druck nicht unbegrenzt steigern, weil man bald an einen Punkt gelangt, wo die Funken im Apparat versagen, sofern man nicht die Länge s der Funkenstrecke in freier Luft etwas vergrößert.

VIII. Ist die Emission von Teilchen in den verschiedenen Gebieten des Funkens gleich stark, oder nicht?

Die Antwort auf die Frage, ob die Emission von Teilchen in den verschiedenen Gebieten des Funkens gleich stark ist, oder nicht, eine Frage, die naturgemäß von hohem Interesse ist, erhielt ich dadurch, daß ich die Elektroden, und folglich auch den zwischen ihnen überspringenden Funken, unterhalb eines Mühlrädchens verschob und die Torsion des Aufhängefadens maß, welche die Drehung aufzuhalten vermochte. Der zu diesem Zwecke gebaute Apparat ist in Fig. 10 in etwa $^1/_6$ natürlicher Größe dargestellt.

Die Elektroden AB und CD sind Metallstäbe, die von Glasröhren umgeben sind. Diese Röhren sind unterhalb starr miteinander verbunden und lassen von den Elektroden nur einige Millimeter bei B und C frei. An den voneinander abgewandten Enden sind die Stäbe mit Spiralen aus feinem Kupferdraht AF, EG verbunden, die ihrerseits mit den an den Enden des Apparates in das Glas eingeschmolzenen Platindrähten H und K in Verbindung stehen. Der Apparat besteht aus den engen Röhren FL und MG und der weiten Röhre LM; letztere ist in zwei Teile geteilt, die bei NO gut und sicher ineinandergreifen.

Die weite Röhre ist noch mit einem vertikalen Ansatzrohr P versehen, das oben das bekannte, mit einem eingeschliffenen Konus Q ausgestattete Befestigungssystem für den Aufhängefaden des Mühlrädchens R trägt, welches geneigte oder schraubenförmige Flügel hat. Ein an das Rohr P angeschmolzenes Röhrchen S schließlich dient als Verbindung mit der Pumpe.

Das ganze System $ABCD$ läßt sich leicht in seiner Längsrichtung verschieben, und somit kann man bewirken, daß sich unmittelbar unter dem Mühlrädchen R ein beliebiges Gebiet des (9 cm langen) Funkens BC befindet, beispielsweise eines der Enden, oder auch die Mitte. Die Verschiebung bewerkstelligt man bequem, indem man um die Röhre MH eine Spule bringt, durch die man einen Augenblick lang einen Strom fließen läßt, und diese Spule in der erforderlichen Richtung verschiebt. Diese Spule wirkt auf den kleinen eisernen Zylinder DE und verschiebt somit die Elektroden im Sinne ihrer eigenen Bewegung.

Bei den Versuchen mit diesem Apparate habe ich nun folgendes festgestellt:

Wenn sich das Mühlrädchen anfangs über dem Mittelgebiete des Funkens befindet, und man wartet, bis die Torsion des Fadens, an dem das Rädchen hängt, dieses anhält, so sieht man, wenn man die Funkenstrecke in der einen oder der anderen Richtung verschiebt, wie das Rädchen sich noch ein wenig dreht und dadurch auch den Aufhängefaden noch ein wenig stärker tordiert. Die Zunahme der Torsion ist ziemlich ausgeprägt, wenn die den Elektroden erteilte Verschiebung so groß ist, daß sich das Mühlrädchen schließlich über einem der Enden der Funkenstrecke befindet. Dies tritt bei jedem beliebigen Grade der Luftverdünnung ein sowie auch bei Verwendung von Kondensatoren, deren Kapazität von der bei diesen Versuchen zumeist benutzten abweicht, oder

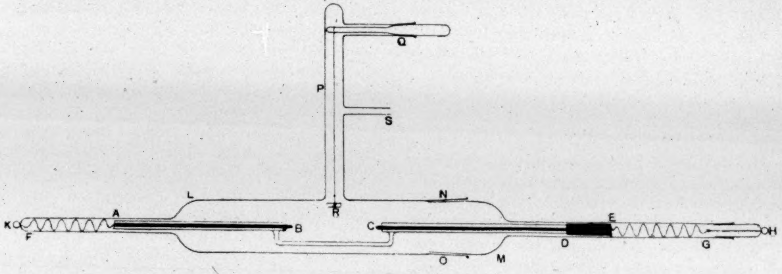


Fig. 10.

wenn man die Länge der Funkenstrecke in freier Luft verändert.

Hieraus ergibt sich, daß das Bombardement, das die Drehung des Mühlrädchens zur Folge hat, zwar von sämtlichen Teilen des Funkens ausgeht, aber an den Enden der Funken, also an den Elektroden, eine beträchtlichere Stärke besitzt.

Verfolgt man mit einem kleinen Fernrohr die Drehung der vier Flügel des Mühlrädchens, so kann man leicht die Torsion des Fadens bestimmen, die es anzuhalten vermag. Diese Bestimmung kann man entweder von dem Augenblick an ausführen, in dem man beginnt, die Funken überspringen zu lassen, und in dem das Rädchen anfängt, sich zu drehen, oder, was leichter zu bewerkstelligen ist, indem man bei vollständiger Torsion beginnt und die Entladungen unterdrückt.

Um eine quantitative Vorstellung hiervon zu geben, führe ich die bei einigen Versuchen (in Umdrehungen und Teilen einer solchen) gemessenen Torsionen an. Die erste wagerechte Zeile der nachstehenden Tabelle enthält die Drucke der Luft in Millimetern, die zweite, mit M bezeichnete, die Torsion, wenn sich das Mühlrädchen über dem mittleren Teile des Funkens befand, und die dritte, mit E bezeichnete Zeile die Torsion für den anderen Fall, daß sich das Rädchen über einem der Enden des Funkens befand.

In diesem Falle betrug der Horizontalabstand zwischen dem Elektrodenende und der Vertikalrichtung des Aufhängefadens 14 mm.

Druck	0,23	0,6	1,05	1,4	3
Torsion M	0,6	1	1,5	1,9	2
Torsion E	0,9	1,4	2,4	2,8	2,6

Die Emission geht also von den Enden des Funkens merklich reichlicher aus als von seinem mittleren Teile.

Zu demselben Schlusse führen andere Versuche, durch die ich die Ladungen messen konnte, welche die von den verschiedenen Gebieten des Funkens ausgehenden Teilchen mit sich führen.

Zu diesem Zwecke benutzte ich gleichfalls den in Fig. 10 dargestellten Apparat mit zweckentsprechenden Abänderungen.

Ich entfernte nämlich das Mühlrädchen aus der Röhre und setzte einen abwärts gekehrten Faradaykäfig, ähnlich dem in Fig. 2 dargestellten, ein, aber von weit kleineren Abmessungen. Die in das geerdete Metallgehäuse eingeschlossene Kollektorplatte blieb ungefähr 8 cm oberhalb des Funkens beweglich angeordnet und stand, wie die in Fig. 2 abgebildete, mit einer der Klemmen des Galvanometers in Verbindung, während die zweite Klemme mit dem Schutzgehäuse verbunden war, ganz wie in der genannten Figur ersichtlich.

Ich teile hier einige Ergebnisse mit:

Druck	3	2,5	1,3	0,62	0,54
Stromstärke M	− 0,002	+ 0,019	+ 0,181	+ 1,616	+ 1,807
Stromstärke E	+ 0,040	+ 0,060	+ 0,221	+ 1,626	+ 1,807

Aus diesen Zahlen ist zu entnehmen, daß zwar bei ziemlich niedrigen Drucken, beispielsweise bei 0,6 mm, die in dem Faradayschen Käfig angesammelte positive Ladung merklich dieselbe ist, ob sich unter ihm ein Ende des Funkens oder dessen mittlerer Teil befindet, daß hingegen bei weniger weit getriebener Verdünnung eine weit größere Wirkung seitens der den Elektroden benachbarten Gebiete festzustellen ist, als seitens des Gebietes in der Mitte hervorgebracht wird. Ich habe sogar zu verschiedenen Malen einen Strom von entgegengesetzter Richtung als gewöhnlich erhalten (beispielsweise bei 3 mm Druck), wenn der mittlere Teil der Kollektorscheibe gegenüberstand, als ob der Abstand zwischen Funken und Mühl-

rädchen sehr groß wäre, und somit als ob, wie in dem durch Fig. 3 veranschaulichten Versuch, zwischen Funke und Kollektorscheibe irgendein Hindernis vorhanden wäre.

IX. Zweckmäßige Gestalt der Mühlrädchen.

Bei den bisher beschriebenen Versuchen, bei denen man ein Mühlrädchen mit geneigten oder annähernd schraubenförmigen Flügeln, ähnlich den Schaufeln einer Flugmaschinenschraube, benutzen muß, hat die Gestalt der Flügel, ihre Zahl und ihre Größe weiter keine Bedeutung, als daß das Rädchen für die mechanische Wirkung, der es ausgesetzt wird, mehr oder minder empfindlich werden kann. Meistens fertigte ich, der leichteren und schnelleren Herstellung halber, das Rädchen in der Weise her, daß ich die vier sektorförmigen Zweige eines Kreuzes aus ganz dünnem Aluminiumblech alle in demselben Sinne so zusammenfaltete, daß die Sektoren eine Schraubenform annahmen, oder indem ich vier Flügelchen aus Glimmer anwandte, die ich mit Guttapercha in vier Schlitzen befestigte, welche ich unter 45^0 gegen die Achse um einen kleinen Ebonitzylinder geführt hatte, wie es *BC* in Fig. 11 angibt. Ein aus einem feinen Glasfädchen gefertigtes und gleichfalls mit Guttapercha befestigtes Häkchen *A* diente

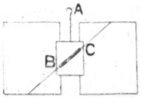


Fig. 11.

im allgemeinen zur Befestigung des Mühlrädchens an dem Aufhängefaden, der gleichfalls unten in einem analogen Glashäkchen endete. Fig. 11 zeigt ein solches Mühlrädchen in natürlicher Größe.

Dieses Rädchen würde bei den Versuchen, die ich im folgenden Abschnitt zu beschreiben habe, und bei denen die Wirkung eines starken Magnetfeldes mitspielt, zu ernsten Fehlerquellen führen, und zwar wegen gewisser neuer Erscheinungen, deren Darstellung ich den zweiten Teil dieser Arbeit gewidmet habe. Wie wir sehen werden, braucht nämlich nur das Magnetfeld vorhanden zu sein, damit ein in einem ionisierten Gase angeordnetes Mühlrädchen, unabhängig von dem durch die Funken hervorgerufenen Bombardement, eine drehende Bewegung annimmt. Was die neue Wirkung des Feldes charakterisiert, ist der Umstand, daß es eine polare Wirkung ist, daß sie nämlich eine Drehung bedingt, die sich bei Umkehrung des Magnetfeldes umkehrt, während die Wirkung des Feldes, soweit sie die um die Funken eines verdünnten Gases auftretenden mechanischen Wirkungen beeinflußt, nicht von der Feldrichtung abhängig ist.

Kennt man aber dieses unterscheidende Merkmal, so kann man jede Verwechselung vermeiden, jedoch ist es nicht möglich, die polare Wirkung des Feldes vollkommen zum Verschwinden zu bringen. Man kann sie nur sehr verringern, wenn man für das Mühlrädchen die in Fig. 12 angegebene Gestalt wählt, die im

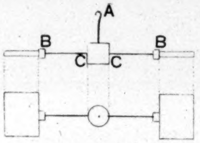


Fig. 12.

unteren Teile der Figur in Horizontalprojektion zu sehen ist. Es hat nur zwei Flügel, und diese bestehen aus feinsten Glimmerblättchen, die auf den ersten Blick horizontal erscheinen, da ihre Neigung so gering ist. Wenn die dem Beobachter zugekehrte Seite des linken Blättchens ein wenig höher ist als die gegenüberliegende Seite, so gilt für das rechte Blättchen das Gegenteil, und infolgedessen wirken die vertikal gegen die Blättchen gerichteten Stöße zusammen, indem sie dem System eine Drehbewegung erteilen. Die Blättchen sind durch einen kleinen Ebonitzylinder *B*, der zu diesem Zwecke in einer seiner Grundflächen ein kleines Loch und in der anderen einen diametralen Schnitt hat, an Glasfäden *BC* befestigt. Diese Fäden sind, gleichwie das Häkchen *A*, in kleine Löcher in dem Ebonitzylinder *CC* eingeführt. Die Fig. 12 kann als nahezu in natürlicher Größe gezeichnet angesehen werden.

Bei einer derartigen Anordnung ist die polare Wirkung des Feldes auf ein Mindestmaß herabgesetzt und bleibt gewissermaßen nur als Korrektionsglied, dessen Größe man schätzen kann, indem man beobachtet, was bei einer Umkehrung der Feldrichtung erfolgt.

Statt die Mühlrädchen an einem Kokonfaden (zuweilen auch an einem Quarzfaden) aufzuhängen, habe ich in einigen Fällen, zumal in Apparaten, die zu Demonstrationszwecken gebaut waren, Mühlrädchen verwandt, die mit einem kleinen Achathütchen, wie man es an der Nadel eines Kompasses findet, verbunden und auf einer sehr spitzen, gut gehärteten vertikalen Stahlnadel ins Gleichgewicht gebracht waren.

Die Beweglichkeit des Rädchens wird jedoch dadurch geringer als bei der Aufhängung.

X. Einfluß des Magnetfeldes auf die seitens der Funken ausgesandten Teilchen.

Einen Einfluß des Magnetfeldes auf die seitens der Funken ausgesandten Teilchen habe ich bereits bei meinen ersten Versuchen festgestellt. Dieser Einfluß gibt sich sowohl durch eine Änderung der Intensität des Bombardements zu erkennen, das ein Mühlrädchen in Umdrehung versetzt, als auch durch Änderungen in der Elektrizitätsmenge, welche von der Kollektorscheibe des Faradaykäfigs aufgenommen wird.

Über diesen letztgenannten Einfluß habe ich einige Messungen angestellt, deren Ergebnisse in den mit „i'“ bezeichneten Spalten der im Abschnitt III mitgeteilten Tabellen (S. 757 u. 758) verzeichnet sind. Die Zahlen dieser Spalten sind nichts weiter als die Stromstärken im Galvanometer in Mikroampere, wenn ein durch die Spule R erzeugtes Magnetfeld auf den in Fig. 2 abgebildeten Apparat wirkte. Bei einer Stromstärke von 16 Ampere in der Spule betrug die Feldstärke in 15 mm Abstand von der Polfläche 1500 Gauß. Vergleicht man die Zahlen der mit „i'“ bezeichneten Spalten mit jenen in den mit „i“ bezeichneten, so ersieht man, daß die Wirkung des Feldes die seitens der Scheibe im Faradaykäfig aufgenommene Ladung verringert. Das ist auch dann der Fall, wenn, wie in den durch Fig. 3 dargestellten Versuchen, der Faradaykäfig gegen das direkte Bombardement durch eine Scheibe geschützt wird.

Somit wird eine Tatsache sicher bestätigt, die ich bereits auf Grund minder genauer Versuche vorausgesagt hatte. Diese Tatsache ist vorauszusehen, sobald man die Hypothese von Doppelsternen „Elektron-Positives Ion“ annimmt, die durch das Feld weniger instabil gemacht werden. Infolge des ausnahmsweisen Bestehenbleibens solcher Doppelsterne werden nämlich manche Teilchen (Ionen oder Elektronen) mit einem Teilchen mit entgegengesetzter Ladung gekoppelt an dem Kollektor anlangen, während sie, wenn das Feld nicht vorhanden wäre, frei und allein ankommen würden.

Hinsichtlich des Einflusses des Magnetfeldes auf die von dem Funken ausgehenden Ionen und Elektronen habe ich lange versucht, eine experimentelle Bestätigung der folgenden auf die Hypothese von den kreisenden Doppelsternen „Elektron-Positives Ion“ gegründeten theoretischen Voraussage zu erlangen: Wenn unter dem Einflusse des durch einen unterhalb des in Fig. 6 dargestellten Apparates angeordneten Magnetpol erregten Feldes die hypothetischen kreisenden Doppelsterne entstehen, oder vielmehr eine längere Dauer erhalten, so werden sie, da sie von dem Pole nach dem Gebiete hin abgestoßen werden, in dem die Feldstärke geringer ist, die Drehung eines über ihnen befindlichen Mühlrädchens (wie W in Fig. 4, wo die Scheibe K entfernt zu denken ist) beschleunigen müssen.

Die ersten Versuche lieferten unsichere Ergebnisse, weil das Magnetfeld, unabhängig von den hypothetischen Doppelsternen, das Potential der Ladung, manchmal in dem einen, manchmal im entgegengesetzten Sinne, verändert, was eine Änderung in der Stärke des Bombardements, und somit im Werte der zum Anhalten des Mühlrädchens erforderlichen Torsion, zur Folge hat. Es war auch noch die weitere, auf den weiter unten zu behandelnden Erscheinungen beruhende Schwierigkeit zu überwinden, daß der beobachtete Effekt sich nicht als von der Richtung des Magnetfeldes unabhängig ergibt.

Diese letztgenannte Schwierigkeit beseitigt man, wie bereits gesagt, nach Möglichkeit durch die Verwendung der in Fig. 12 wiedergegebenen Form des Mühlrädchens; und was den Einfluß auf das Entladungspotential anlangt, so beseitigt man diesen zur Hälfte, indem man nicht ein Mühlrädchen anwendet, sondern zwei gleiche W, W (siehe Fig. 13), die untereinander fest verbunden sind, und von denen das eine über, das andere unter der Funkenstrecke CD angeordnet ist, wie aus Fig. 13 ersichtlich wird (wo der die verdünnte Luft enthaltende Apparat nicht mitgezeichnet ist, der so angeordnet ist, daß seine Achse mit jener der Spule R zusammenfällt). Durch Verschieben des Rädchensystems in vertikaler Richtung findet man eine Stellung, bei der die einander entgegengesetzten Wirkungen auf die beiden Rädchen sich gegenseitig aufheben. Wenn man in diesem

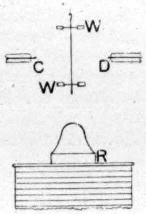


Fig. 13.

Augenblicke das Magnetfeld erregt, so wird man sehen müssen, wie das aufgehängte System anfängt, sich zu drehen, als ob es von einem von unten nach oben gerichteten Luftstrom umgeben wäre.

Es genügt nun nicht, diese Drehung zu erhalten. Man wird auch noch feststellen müssen, daß sie sich bei Umkehrung des Magnetfeldes nicht umkehrt, sonst würde sie dem weiterhin beschriebenen Drehungsphänomen zuzuschreiben sein. Ferner wird man Sorge tragen müssen, festzustellen, daß, wenn man die Rädchen hebt oder senkt, so daß sie sich auch bei Abwesenheit des Magnetfeldes wegen des Überwiegens der mechanischen Wirkung auf eines von ihnen drehen müssen, bei Erregung des Magnetfeldes die Drehung beschleunigt wird, falls sie bereits in dem Sinne verläuft, in dem die auf die kreisenden Doppelsterne wirkende Abstoßung sie zu erregen sucht, daß sie dagegen verlangsamt oder auch umgekehrt wird, falls sie zuvor bereits im entgegengesetzten Sinne erfolgt.

Ich habe mich tatsächlich davon überzeugt, daß alles genau in der vorausgesehenen Weise vor sich geht. Immerhin möchte ich nicht wagen, diesen Versuch als vollgültigen Beweis für die reale Existenz der kreisenden Doppelsterne hinzustellen, weil es sich um einen Versuch mit unsicherem Ausgange handelt, und zwar hauptsächlich wegen der Verschiedenartigkeit in der Gestalt und der Struktur der nacheinander in dem Apparate überspringenden Funken. Wenn das vorausgesagte Ergebnis nicht eintritt, so ergibt sich allerdings sogleich der Grund für diesen Mißerfolg, der gewöhnlich in einer geringen Ortsveränderung der Funken besteht, die durch irgendeine Veränderung an der Oberfläche der Elektroden hervorgerufen wird. Aber um überzeugend zu wirken, sind Versuche mit konstantem Erfolge notwendig, und dieser Bedingung genügt der vorliegende nicht.

XI. Schlußfolgerung aus den vorliegenden Untersuchungen.

Der Mechanismus, durch den die Funkenentladungen entstehen, ist uns fast völlig unbekannt, oder wenigstens wissen wir über ihn weit weniger als über andere Entladungsformen und besonders über die aus positiver Lichtsäule, dunklem Raum, negativem Glimmlicht usw. bestehenden Entladungen in verdünnten Gasen. Mithin können wir naturgemäß den Ursprung der positiven Ionen und der Elektronen, deren schnelle Bewegungen durch die beschriebenen Versuche dargetan werden, nicht mit einiger Sicherheit angeben.

Immerhin scheint mir darüber kein Zweifel zu bestehen, daß in einem Funken äußerst heftige Molekularbewegungen und eine reichliche Bildung von Ionen beider Arten sowie von einfachen Elektronen vor sich gehen, welch letztere bekanntlich, wenn es sich um verdünnte Gase handelt, größtenteils frei bleiben, das heißt sich nur zum kleinen Teile mit Atomen oder Atomgruppen vereinigen und mit diesen negative Ionen bilden.

Außer der Ionisierung durch Stoß werden dabei vielleicht andere Ionisierungsursachen zu berücksichtigen sein, beispielsweise die Wirkung der von Geschwindigkeitsänderungen der Ionen und Elektronen herrührenden Röntgenstrahlen, die Wirkung der während des Entladungsvorganges erzeugten Lichtstrahlungen, sowie auch die von den raschen Änderungen des elektrischen Feldes herrührende Wirkung, insofern als es sich bei diesen Versuchen sicherlich fast immer um oszillierende Entladungen handelt.

Jedenfalls bilden sich die positiven Ionen und die Elektronen, die dann dank der Geschwindigkeit, die sie besitzen, nach allen Richtungen hin davonstürzen, sicherlich in dem leuchtenden Funken und in dessen unmittelbarer Nähe, mithin in dem Gebiete des Gases, daß sich zwischen den Elektroden befindet und sich nicht zu weit um deren Verbindungsgerade erstreckt, oder sie trennen sich hier von den Atomen. Natürlich werden die elektrisierten Teilchen in einem gegebenen Gebiete des Gases vorwiegend aus dem Teile kommen, der von dem Funken eingenommen wird. Nur wird man schließlich wegen der unaufhörlichen Zusammenstöße in genügender Entfernung von dem Funken eine Bewegung elektrisierter Teilchen nach allen Richtungen ohne Bevorzugung irgendeiner Richtung haben.

Da jedoch ihre Masse viel beträchtlicher ist, müssen die positiven Ionen ihre ursprüngliche Bewegungsrichtung etwas länger beibehalten. Das scheint gerade aus den im Abschnitt III erwähnten Versuchen über die Ladungen hervorzugehen, die ein von den seitens der Funken ausgesandten Teilchen getroffener Leiter annimmt.

Schließlich ist die Bemerkung von Nutzen, daß zwar bei der gewöhnlichen ruhigen Strömung in Röhren mit verdünnten Gasen die Elektronen, die in der Nähe der Kathode entstehen, und die positiven Ionen, die im Glimmlicht entstehen und sich auf die Kathode zu bewegen, während ihrer Bewegung im elektrischen Felde verbleiben und dadurch wachsende Geschwindigkeiten annehmen, daß dies aber beim Funken nicht zutrifft. Im Funken spaltet sich ein Atom plötzlich in ein Elektron und ein

positives Ion, gleichsam durch eine Art Explosion, nämlich infolge einer augenblicklichen Einwirkung, wenn auch diese Einwirkung in einer starken elektrischen Kraft besteht; und hieraus folgt, daß aller Wahrscheinlichkeit nach die Bewegungsgrößen der Ionen und der Elektronen, wenn nicht gleich, zum mindesten nicht so verschieden sein werden, als wenn die lebendigen Kräfte gleich wären. Diese Überlegung hat eine gewisse Bedeutung für die Ausführungen im zweiten Teil dieser Arbeit[1]).

1) Der zweite Teil folgt in einem der nächsten Hefte.

(Nach Memorie della R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna (6) 9, 127—143, 1912 aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 12. Juni 1912.)

Graphische Bestimmung eines Erdbeben-Epizentrums aus den Ankunftszeiten *P*.

Von C. Zeissig.

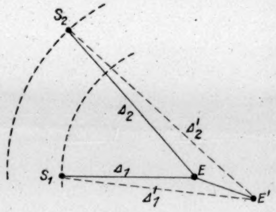
Wenn für drei Beobachtungsorte die Epizentralentfernungen bekannt sind, findet man das Epizentrum selbst als Schnittpunkt dreier Kreise um diese Beobachtungsorte.

In ganz ähnlicher Weise erhält man das Epizentrum als Schnittpunkt dreier Kurvenstücke, wenn für drei Beobachtungsorte die Anfangszeiten P_1, P_2, P_3 der Registrierungen bekannt sind.

Es reicht nämlich aus, den Unterschied der Anfangszeiten P für je zwei Beobachtungsstationen zu kennen, um eine Kurve als geometrischen Ort des Epizentrums angeben zu können. Die Kenntnis der Epizentralentfernung ist hierzu nicht erforderlich. Das einzige Gesetz, auf das man sich zu stützen hat, ist die Laufzeitkurve der longitudinalen P-Wellen.

Bei drei Stationen lassen sich nun drei Stationspaare bilden, denen drei Kurven entsprechen, die sich in einem Punkte, dem Epizentrum, schneiden.

In der Praxis genügt es, nur kurze Stücke der Kurven zu zeichnen, die mit genügender Annäherung als geradlinig betrachtet werden dürfen. Dadurch wird die Konstruktion erheblich vereinfacht. In der Figur sind S_1, S_2 zwei Stationen. Wählt man Δ_1 etwas kleiner als die wahrscheinliche Epizentraldistanz und berechnet die Entfernung $\Delta_2 = \Delta_1 + \delta$ aus dem Unterschied $P_2 - P_1$, so ergibt sich aus Δ_1 und Δ_2 ein Punkt E für die Lage des Epizentrums. In ähnlicher Weise erhält man, von der etwas größeren Epizentraldistanz Δ'_1 ausgehend, den Punkt E' und damit die Verbin-



dungslinie EE' als geometrischen Ort des Epizentrums.

Wenn die Anfangszeiten P für drei Beobachtungsstationen bekannt sind, ist das Epizentrum eindeutig zu bestimmen. Bei mehr wie drei Stationen ist die Lösung überbestimmt, die Kurvenstücke schneiden sich im allgemeinen nicht in einem Punkte und ein Ausgleichen ist erforderlich.

Hinsichtlich der Ausführung der Konstruktion sei bemerkt, daß man bei kleinen Herdentfernungen zweckmäßig auf der Landkarte konstruiert, bei größeren Entfernungen aber auf dem Globus oder unter Zuhilfenahme der stereographischen Projektion nach der Methode des Herrn Klotz[1]).

Nach Möglichkeit wählte man Stationen aus, die um den Herd herum liegen, nach verschiedenen Seiten verteilt, so daß die Kurvenstücke sich steil schneiden.

Ist diese Auswahl nicht zu treffen, liegen vielmehr die Stationen einseitig vom Herd aus, wie bei ostasiatischen Beben die europäischen Stationen, so berechnet man besser nach einer früher beschriebenen Methode[2]) aus den Anfangszeiten P das Azimut des Herdes und mit dessen Hilfe und der Epizentralentfernung die geographischen Koordinaten des Epizentrums.

1) O. Klotz, Earthquake Epicentres, Royal Astron. Soc. of Canada, May-June 1910.

2) C. Zeissig, Zwei graphische Methoden der Herdbestimmung von Erdbeben. Beitr. z. Geophys. XI, 1912.

Seismische Station Jugenheim der Techn. Hochschule Darmstadt.

(Eingegangen 1. Juli 1912.)

Die Registrierung des atmosphärischen Potentialgefälles am 16. und 17. April (Tag der Sonnenfinsternis) zu Braunschweig.

Von K. Bergwitz.

(Mit Tafel XXVI.)

Die Registrierung des atmosphärischen Potentials wurde am 16. und 17. April mit Hilfe eines

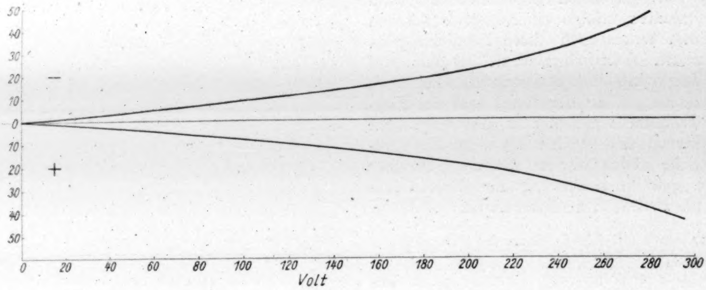


Fig. 3.

Ioniumkollektors[1]) und eines Registrierapparates ausgeführt, der vom Verfasser in dieser Zeitschrift[2]) beschrieben ist und von der Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig geliefert wird. Als Elektrometer wurde das nach Wulfschem Prinzip gebaute Elektrometer benutzt. Die Länge des auf der Walze befindlichen photographischen Papierstreifens und die Umdrehung der Walze war so gewählt, daß die stündliche Abwicklung 2 cm betrug. Die die Nullinie markierenden Zeitmarken sind halbstündig. Das an das Elektrometer gelegte Hilfspotential wurde ständig auf seine konstante Spannung geprüft.

Fig. 1[3]) zeigt den Verlauf des Erdpotentials vom 15. von 5 p. bis 12 p., vom 16. von 1 a. bis 4 p.; Fig. 2 vom 16. von 5 p. bis 12 p. und vom 17. von 1 a. bis 4 p. Die Spannungswerte der Kurven ergeben sich aus den Ordinaten der beigefügten Eichkurve Fig. 3. Durch Multiplikation der aus ihr abgelesenen Spannungen mit Reduktionsfaktor 2,01, der sich als Mittel aus fünf Einzelmessungen ergab, erhält man die Potentialdifferenzen für 1 m Höhe im freien Felde.

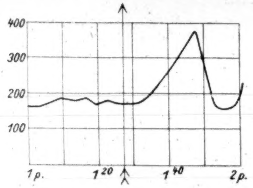


Fig. 4.

Bemerkenswert ist das starke Ansteigen des Erdpotentials nach Eintritt der maximalen Verfinsterung. Um den Verlauf besser erkennen zu können, ist die Kurve für die Zeit von 1 p. bis 2 p. nochmals vergrößert gezeichnet (Fig. 4), und zwar geben die Ordinaten zugleich die zu den betreffenden Zeiten gefundenen absoluten Spannungswerte.

Braunschweig, 2. Juni 1912.

(Eingegangen 15. Juni 1912.)

1) K. Bergwitz, diese Zeitschr. **12**, 83—85, 1911.
2) K. Bergwitz, diese Zeitschr. **13**, 28—30, 1912.
3) Die Fig. 1 und 2 befinden sich auf Tafel XXVI.

Die Biegung krummer Rohre.

Von H. Lorenz.

Ein gerades Rohr verhält sich gegenüber einem Biegungsmomente, dessen Achse senkrecht zu einer Mantelgeraden steht, genau wie ein voller Balken mit demselben Trägheitsmomente des Querschnittes. Besitzt dagegen die Achse des Rohres von vornherein eine Krümmung $1:\varrho$, so fällt deren Änderung unter dem Einflusse eines Biegungsmomentes $\mathfrak{M}'$ erfahrungsgemäß viel größer aus, als man nach der für volle krumme Stäbe mit dem Trägheitsmoment Θ des Querschnitts und dem Elastizitätsmodul E gültigen Formel

$$\frac{\Delta\varrho}{\varrho} = -\frac{\mathfrak{M}'\varrho}{E\Theta} \tag{1}$$

erwarten sollte, während gleichzeitig der Querschnittsumfang eine Formänderung erleidet. Dieser Vorgang findet seine Erklärung in der Tatsache, daß die auf der Querschnittsebene senkrechte Biegungsspannung vermöge der Rohrkrümmung eine Normalkomponente zur Rohrwand besitzt und daher diese wie ein (ungleichförmiger) Außen- oder Innendruck abzuplatten oder aufzublähen sucht. Dies setzt wiederum die Wirkung eines Biegungsmomentes $\mathfrak{M}''$ auf den Querschnittsumfang voraus, dem unter der Annahme einer kleinen Wandstärke h im Verhältnis zu den sonstigen Querschnittsabmes-

sungen innerhalb der Wand eine mittlere Schubspannung τ in der Normalrichtung entsprechen möge.

Wir schneiden nun nach Fig. 1 aus dem eben gekrümmten Rohre durch zwei benachbarte, um den Winkel $d\chi$ gegeneinander geneigte Querschnittsebenen mit der gemeinsamen Geraden ZZ ein keilförmiges Rohrelement heraus und bezeichnen den Schwerpunktsabstand SO des doppelt symmetrisch angenommenen Rohrquerschnittes von ZZ, d. h. den Krümmungshalbmesser der Rohrachse mit r_0, den Abstand AC eines beliebigen Punktes A des Rohrumfangs von ZZ mit r. Denkt man sich das keilförmige Rohrelement durch Drehung um ZZ erzeugt, so beschreibt der Punkt A den Bogen $AA' = ds' = r\,d\chi$ mit dem Krümmungsmittelpunkt M' im Schnitt der Normalen der Rohrwand in A und der Geraden ZZ. Der zugehörige Krümmungshalbmesser $AM' = \varrho'$ ist dann, wenn φ den Neigungswinkel der Tangente an der Rohrwand in A bedeutet,

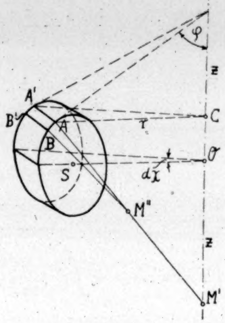


Fig. 1.

$$\varrho' = \frac{r}{\cos\varphi}. \qquad (2)$$

Auf der Normalen AM' liegt ferner auch der Krümmungsmittelpunkt M'' eines Bogenelementes

$$AB = ds'' = \varrho''\,d\varphi$$

der Rohrwand, das mit AA' ein rechteckiges Wandelement

$$AA'BB' = ds'\,ds''$$

begrenzt, welches in Fig. 2 der Deutlichkeit halber nochmals herausgnzeichnet sein möge. An dessen Schnittflächen $h\,ds'$ und $h\,ds''$ wirken nun die Normalspannungen σ'' und σ' mit der nach innen gerichteten Komponente

$$\left(\frac{\sigma'}{\varrho'} + \frac{\sigma''}{\varrho''}\right) h\,ds'\,ds'',$$

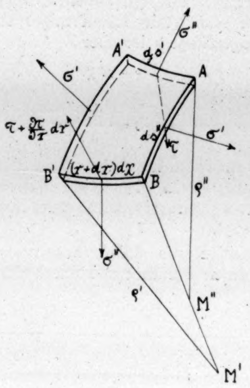


Fig. 2.

der ein konstanter Innendruck p mit der Normalkraft $p\,ds'\,ds''$ entgegensteht. Außerdem aber greift infolge der oben erwähnten Biegung des Querschnittsumfanges längs AA' die Schubspannung τ mit einer Normalkomponente $\tau h\,ds' = \tau r h\,d\chi$ an, die auf der gegenüberliegenden Seite, d. h. im Abstande $r + dr$ von ZZ auf

$$h\left[\tau r + \frac{d(\tau r)}{dr}dr\right]d\chi$$

zugenommen hat, so daß hiervon eine nach außen gerichtete Normalkomponente

$$h\frac{d(\tau r)}{dr}dr\,d\chi$$

übrig bleibt. Diese steht mit den oben angeführten Kräften im Gleichgewicht, wenn

$$p\,ds'\,ds'' = h\left(\frac{\sigma'}{\varrho'} + \frac{\sigma''}{\varrho''}\right)ds'\,ds'' - h\,\frac{d(\tau r)}{dr}dr\,d\chi$$

oder wegen $ds' = r\,d\chi$, $dr = ds''\sin\varphi$

$$\frac{p}{h} = \frac{\sigma'}{\varrho'} + \frac{\sigma''}{\varrho''} - \frac{d(\tau r)}{dr}\frac{\sin\varphi}{r} \qquad (3)$$

ist. Hierin wollen wir nach Analogie eines Rotationskörpers um die Achse ZZ die Spannung σ' als Ringspannung, und σ'' als Meridianspannung bezeichnen.

Setzen wir weiterhin voraus, daß, wie beim geraden Rohr, die Scheitel des doppelt symmetrischen Querschnittes erhalten bleiben, so wird dort das Biegungsmoment ausgezeichnete Werte besitzen, und demgemäß die zugehörige Querkraft, welche angenähert, d. h. unter Vernachlässigung der Änderung von ϱ', durch

$$T = \frac{d\mathfrak{M}''}{ds''} \qquad (4)$$

bestimmt ist, an den Scheiteln verschwinden. Für ein Rohr mit kreisförmiger Achse und einer Bogenlänge χ ist aber

$$T = \tau r \chi h, \tag{4a}$$

also mit (4)

$$\tau r \chi h = \frac{d\mathfrak{M}''}{ds''}, \tag{4b}$$

so daß nach unserer Annahme die Schubspannung τ in den vier Scheiteln des doppelt symmetrischen Querschnitts verschwindet.

Schneiden wir daher aus unserem Keil, Fig. 3, durch Parallelkreise durch den Punkt A

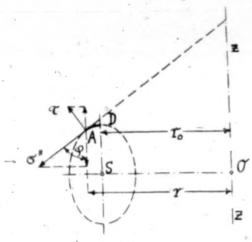


Fig. 3.

und den Scheitel D einen Bogen heraus, so wirkt auf diesen in der Richtung ZZ der Innendruck p mit der Kraft $\frac{p}{2}(r^2 - r_0^2)\,d\chi$ und entgegengesetzt im Schnitte durch A die Kraft $(\sigma''\cos\varphi - \tau\sin\varphi)\,h\,r\,d\chi$, während im Schnitte durch D keine Querkraft vorhanden ist. Mithin bedingt das Gleichgewicht in der Z-Richtung

$$\sigma''\cos\varphi - \tau\sin\varphi = \frac{p\,(r^2 - r_0^2)}{2\,hr} \tag{5}$$

und liefert nach Elimination der Meridianspannung σ'' mit (3)

$$\frac{p}{h}\left(1 - \frac{r^2 - r_0^2}{2\,r\,\varrho''\cos\varphi}\right) = \frac{\sigma'}{\varrho'} + \frac{1}{\varrho''}\left(\tau\,\mathrm{tg}\,\varphi - \frac{d\,(\tau r)}{dr}\,\frac{\varrho''}{r}\sin\varphi\right)$$

oder mit

$$-\varrho''\,d\varphi = ds'' = \frac{dr}{\sin\varphi}$$

$$\frac{p}{h}\left(1 - \frac{r^2 - r_0^2}{2\,r\,\varrho''\cos\varphi}\right) = \frac{\sigma'}{\varrho'} + \frac{1}{\varrho'' r}\left(\tau\,r\,\mathrm{tg}\,\varphi + \frac{d\,(\tau r)}{dr}\right).$$

Für die rechte Seite dieser Formel dürfen wir aber mit Rücksicht auf (2) auch schreiben

$$\frac{1}{\varrho'}\left[\sigma' + \frac{1}{\varrho''}\left(\tau r\,\frac{\sin\varphi}{\cos^2\varphi} + \frac{1}{\cos\varphi}\,\frac{d(\tau r)}{dr}\right)\right] = \\ = \frac{1}{\varrho'}\left[\sigma' + \frac{1}{\varrho''}\,\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{\tau r}{\cos\varphi}\right)\right],$$

so daß wir als Ergebnis der Elimination von σ'' aus (3) und (5)

$$\frac{p}{h}\left(1 - \frac{r^2 - r_0^2}{2\,r\,\varrho''\cos\varphi}\right) = \frac{1}{\varrho'}\left(\sigma' + \frac{1}{\varrho''}\,\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{\tau r}{\cos\varphi}\right)\right) \tag{6}$$

erhalten. Herrscht insbesondere im Rohr kein Druck, so vereinfacht sich mit $p = 0$ diese Gleichung in

$$\sigma' = -\frac{1}{\varrho''}\,\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{\tau r}{\cos\varphi}\right) \tag{6a}$$

und ergibt für die Normalkraft auf dem Querschnitt durch Integration über dessen Umfang

$$S' = \int \sigma' h\,ds'' = -h \int d\left(\frac{\tau r}{\cos\varphi}\right) = 0 \tag{7}$$

entsprechend der sogenannten reinen Biegung durch ein Moment ohne Stabkraft.

Als Beispiel wollen wir den Fall eines Rohres mit kreisförmiger Umfangslinie des Querschnittes untersuchen, wobei der Radius a mit dem Krümmungshalbmesser ϱ'' des Meridians übereinstimmt. Der Bedingung des Verschwindens der Querkraft (4a) in den vier Scheiteln des Querschnitts werden wir am einfachsten gerecht durch den Ansatz

$$\tau r = \tau_0 r_0 \sin 2\varphi, \tag{8}$$

woraus

$$\frac{\tau r}{\cos\varphi} = 2\,\tau_0 r_0 \sin\varphi$$

und mit (6a)

$$\sigma' = -\frac{2\,\tau_0 r_0}{a}\cos\varphi = -\frac{2\,\tau_0 r_0}{a^2}(r - r_0) \tag{9}$$

hervorgeht. Die Ringspannung wird demnach proportional dem Abstande von der Parallelen zu ZZ durch den Kreismittelpunkt, die somit die neutrale Achse des Querschnittes bildet. Weiter folgt für das Biegungsmoment um diese Achse mit $r - r_0 = y$

$$\mathfrak{M}' = \int \sigma' y\,dF = -\frac{2\,\tau_0 r_0}{a^2}\int y^2\,dF = \\ = -\frac{2\,\tau_0 r_0}{a^2}\,\Theta', \tag{9a}$$

worin das Trägheitsmoment um die neutrale Achse

$$\Theta' = \pi a^3 h \tag{10}$$

zu setzen ist.

Das Biegungsmoment $\mathfrak{M}''$, welches den Kreisquerschnitt zu deformieren sucht, folgt mit (8)

aus (4b) und $ds'' = a\,d\varphi$

$$\mathfrak{M}'' = h\chi \int \tau r\,ds'' = h\tau_0 r_0 \chi a \int \sin 2\varphi\,d\varphi$$

oder

$$\mathfrak{M}'' = -\frac{\tau_0 r_0 a \chi h}{2} \cos 2\varphi + \mathfrak{M}_0. \qquad (11)$$

Hiernach bestimmt sich die Konstante $\mathfrak{M}_0$ aus der Bedingung, daß zwei gegenüberliegende Querschnittsscheitel keine Verdrehung gegeneinander erleiden, d. h. daß

$$0 = \int_0^\pi \mathfrak{M}''\,ds'' = -\frac{\tau_0 r_0 a^2 \chi h}{2} \int_0^\pi \cos 2\varphi\,d\varphi + + \mathfrak{M}_0 a \pi$$

oder $\mathfrak{M}_0 = 0$ wird. Mithin bleibt

$$\mathfrak{M}'' = -\frac{\tau_0 r_0 a \chi h}{2} \cos 2\varphi \qquad (11\text{a})$$

mit dem Trägheitsmomente

$$\Theta'' = r\chi \frac{h^3}{12}. \qquad (12)$$

Nunmehr berechnet sich die auf einen Sektor von der Öffnung χ entfallende Formänderungsarbeit

$$L = \frac{1}{2E} \int_0^\chi \frac{\mathfrak{M}'^2}{\Theta'} r_0\,d\chi + \frac{1}{2E} \int_0^{2\pi} \frac{\mathfrak{M}''^2}{\Theta''} a\,d\varphi, \qquad (13)$$

oder mit Benutzung der Ausdrücke (9a), (10), (11a), (12)

$$2\frac{EL}{\chi} = \frac{\mathfrak{M}'^2 r_0}{\Theta'} \left(1 + \frac{3}{4\pi} \frac{a^4}{r_0 h^2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 2\varphi}{r} d\varphi\right). \qquad (13\text{a})$$

Hierin ist $r = r_0 + a\cos\varphi$, also angenähert wegen der Kleinheit des Verhältnisses $a : r_0$

$$\frac{\cos^2 2\varphi}{r} = \frac{1}{2r_0}(1 + \cos 4\varphi)\left(1 - \frac{a}{r_0}\cos\varphi\right) = = \frac{1}{2r_0}\left(1 - \frac{a}{r_0}\cos\varphi + \cos 4\varphi - \frac{a}{r_0}\cos 4\varphi \cos\varphi\right),$$

also

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 2\varphi}{r} d\varphi = 2\int_0^\pi \frac{\cos^2 2\varphi}{r} d\varphi = \frac{\pi}{r_0},$$

wonach (13a) übergeht in

$$\frac{2EL}{\chi} = \frac{\mathfrak{M}'^2 r_0}{\Theta'} \left(1 + \frac{3}{4} \frac{a^4}{r_0^2 h^2}\right). \qquad (13\text{b})$$

Da nun die ganze Formänderungsarbeit durch das äußere Moment $\mathfrak{M}'$ geleistet wird, welches eine Verdrehung des Ringsektors um $\Delta\chi$ bedingt, so haben wir auch

$$2L = \mathfrak{M}' \Delta\chi, \qquad (14)$$

und eingesetzt in Gl. (13b)

$$\frac{\Delta\chi}{\chi} = \frac{\mathfrak{M}' r_0}{E\Theta'} \left(1 + \frac{3}{4} \frac{a^4}{r_0^2 h^2}\right). \qquad (15)$$

Bei der Ableitung dieser Formel, bzw. der Einführung des Momentes $\mathfrak{M}''$ durch Gl. (4b) wurde vorausgesetzt, daß dieses längs des Ringsektors χ konstant sei. Trifft dies nicht zu, so ist natürlich $d\chi$ an Stelle von χ und $d\Delta\chi$ für $\Delta\chi$ zu setzen, so daß man für die Querschnittsverdrehung eines Rohres mit kreisförmigem Querschnitt allgemeiner

$$\frac{d\Delta\chi}{d\chi} = \frac{\mathfrak{M}' r_0}{E\Theta'} \left(1 + \frac{3}{4} \frac{a^4}{r_0^2 h^2}\right) \qquad (15\text{a})$$

schreiben und diese Gleichung auch der Berechnung im Falle veränderlicher Biegungsmomente $\mathfrak{M}'$ und Krümmungsradien r_0 der Rohrachse zugrunde legen darf.

Die Formel unterscheidet sich von derjenigen des vollen gekrümmten Stabes durch den Klammerausdruck, der für $h = 0$ unendlich wird und mit $h = \infty$ in 1 übergeht. Ein massiver Balken kann demnach als ein Rohr mit unendlicher Wandstärke aufgefaßt werden. Der Klammerausdruck nähert sich aber auch dem Werte (1) bei unbegrenztem Anwachsen des Krümmungshalbmessers r_0 der Rohrachse. Für $r_0 = \infty$ geht daher Gl. (15a) in die Differentialgleichung der elastischen Linie des ursprünglich geraden Stabes über, die somit auch für ein gerades Rohr mit kreisförmigem Querschnitt gilt.

Von der Richtigkeit der letzteren Folgerung kann man sich jederzeit durch Biegungsversuche an geraden dünnwandigen Rohren überzeugen, während zur Prüfung unserer Formel (15a) Beobachtungen von Bantlin[1]) an Rohrkrümmern zur Verfügung stehen. Diese boten v. Kármán[2]) Anlaß zur Aufstellung einer Theorie der Biegung krummer Rohre, die im Gegensatz zu der hier vorgetragenen sich nicht auf das Gleichgewicht der Spannungen am Wandelement stützt, sondern von der Formänderung der Umfangslinie im Querschnitt ausgeht. Insbesondere wird für die Tangentialverschiebung eines Umfangspunktes eine periodische Reihe angeschrieben und daraus die Formänderungsarbeit entwickelt. Da die Koeffizienten der Reihe statisch unbestimmte Größen darstellen, so berechnen sie sich, wie derartige Kräfte aus dem Verschwinden der partiellen Ableitungen der Formänderungsarbeit nach ihnen, d. h. aus der Bedingung des Minimums

1) A. Bantlin, Formänderung und Beanspruchung federnder Ausgleichsrohre. Zeitschr. d. V. d. Ing. 1910, S. 45.

2) Th. v. Kárman, Über die Formänderung dünnwandiger Rohre, insbesondere federnder Ausgleichsrohre. Ebenda 1911, S. 1889.

dieser Arbeit, die somit die Gleichgewichtsbedingung ersetzt.

Unter Beschränkung auf nur ein Glied der Reihe von der Form $c \sin 2\varphi$ analog unserem Ansatz (8) für die Querkraft bzw. die mittlere Schubspannung erhält v. Kármán an Stelle von (15a) die Gleichung

$$\frac{d\,\Delta\chi}{d\chi}\left(1 - \frac{9}{10 + 12\,\frac{h^2 r_0^2}{a^4}}\right) = \frac{\mathfrak{M}' r_0}{E\,\Theta'},$$

welche ebenfalls für $h = \infty$, und $r_0 = \infty$ in die Formel für den vollen krummen, bzw. den geraden Balken übergeht, während für $h = 0$ der Klammerausdruck 0,1 wird.

Man übersieht, daß man ganz allgemein sowohl die Kármánsche Formel als auch unsere Gleichung in der Form

$$\frac{d\,\Delta\chi}{d\chi} = \frac{\mathfrak{M}' r_0}{E\,\Theta' K} \tag{16}$$

schreiben kann, worin K einen aus den Klammerausdrücken zu berechnenden Koeffizienten des Trägheitsmoments bedeutet, der im Falle einer veränderlichen Rohrkrümmung mit dieser variiert. Dies trifft nun für die Bantlinschen Versuche zu, die sich auf sogenannte Ausgleichsrohre bezogen, deren Achse sich nach Fig. 4 aus drei Kreisbogen mit den beiden

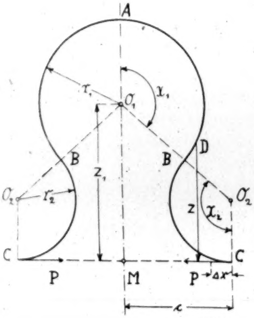


Fig. 4.

Radien r_1 und r_2 zusammensetzt, während der Querschnitt längs des ganzen Rohres unveränderlich ist. Bedeutet alsdann Δx die Verschiebung des Angriffspunktes der Kraft gegen die Mittellinie $O_1 M$, so ist die Formänderungsarbeit einer Hälfte des Ausgleichsrohres $L = \frac{1}{2} P\,\Delta x$ oder mit dem Momente $\mathfrak{M} = Pz$ in bezug auf einen Punkt D der Rohrachse im Abstand z von der Kraftrichtung

$$L = \frac{1}{2}\int \frac{\mathfrak{M}^2\, ds}{E\,\Theta} = \frac{P^2}{2E}\int \frac{z^2\, ds}{\Theta},$$

so daß

$$\Delta x = \frac{P}{E}\int \frac{z^2\, ds}{\Theta} \tag{17}$$

wird. In dieser Gleichung ist ds ein Längenelement der Rohrachse, Θ das mit dem Faktor K behaftete Trägheitsmoment der Rohrachse, das für die Bogenstücke AB und BC verschiedene Werte K_1 und K_2 besitzt. Mithin zerfällt die rechte Seite von (17) in zwei Teile, nämlich

$$\Delta x = \frac{P}{E\,\Theta'}\left(\frac{1}{K_1}\int_A^B z^2\, ds_1 + \frac{1}{K_2}\int_B^C z^2\, ds_2\right), \tag{17a}$$

wofür wir auch kürzer $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$ schreiben können. Die beiden Integrale lassen sich leicht auswerten durch die Substitutionen

$$z = z_1 + r_1 \cos\chi$$

und

$$ds_1 = r_1\, d\chi$$

bzw.

$$z = r_2(1 - \cos\chi), \quad ds_2 = r_2\, d\chi$$

und ergeben

$$\int_A^B z^2\, ds_1 = r_1 \int_0^{\chi_1} (z_1 + r_1\cos\chi)^2\, d\chi =$$

$$= r_1\left(z_1^2 + \frac{r_1^2}{2}\right)\chi_1 + \frac{r_1^3}{2}\sin 2\chi_1 + 2 z_1 r_1^2 \sin\chi_1,$$

$$\int_B^C z^2\, ds_2 = r_2^3 \int_0^{\chi_2} (1 - \cos\chi)^2\, d\chi =$$

$$= r_2^2\left(\frac{3}{2}\chi_2 + \frac{\sin 2\chi_2}{4} + 2\sin\chi_2\right).$$

Nun war für diesen flußeisernen Krümmer (vgl. Fig. 4)

$z_1 = 143{,}9$ cm, $c = 107{,}5$ cm,
$r_1 = 83{,}1$ „ $r_2 = 55{,}8$ „ ,
$\chi_1 = 129^0\,19' = \chi_2$, $h = 0{,}665$ „ .
$a = 10{,}4$ cm,

Weiterhin ergibt die Rechnung mit

$$P = 300 \text{ kg}, \quad E = 2\,100\,000 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\frac{P}{E\,\Theta'}\int_A^B z^2\, ds_1 = 0{,}397 \text{ cm},$$

$$\frac{P}{E\,\Theta'}\int_B^C z^2\, ds_2 = 0{,}033 \text{ cm},$$

woraus mit $K_1 = K_2 = 1$ eine Totalverschiebung des Kraftangriffes $\Delta x = 0{,}43$ cm folgen würde. Nun ist aber

$$\frac{hr_1}{a^2} = 0{,}507, \quad \frac{hr_2}{a^2} = 0{,}340,$$

mithin nach Gl. (15a)

$$1/K = \left(1 + \frac{3}{4}\frac{a^4}{h^2 r^2}\right), \; 1/K_1 = 3{,}92, \; 1/K_2 = 7{,}44,$$

nach v. Kárman

$$K = 1 - \frac{9}{10 + 12\frac{h^2 r^2}{a^4}}, \quad 1/K_1 = 3{,}20,$$

$$1/K_2 = 4{,}75.$$

Mithin liefert unsere Formel

$$\Delta x = 0{,}397 \cdot 3{,}92 + 0{,}033 \cdot 7{,}44 = 1{,}80 \text{ cm},$$

und die v. Kármansche

$$\Delta x = 0{,}397 \cdot 3{,}20 + 0{,}033 \cdot 4{,}75 = 1{,}43 \text{ cm},$$

während der Versuch Bantlins

$$\Delta x = 1{,}72 \text{ cm}$$

ergeben hatte. Die Übereinstimmung unserer Theorie mit der Wirklichkeit ist demnach eine sehr befriedigende und übertrifft sogar diejenige v. Kármans ganz erheblich. Der noch übrigbleibende kleine Unterschied ist hinreichend durch die Vernachlässigung der Querkontraktion in unserer Theorie gerechtfertigt.

Nach dieser wichtigen Feststellung wollen wir die größten Spannungen berechnen, die im Querschnitte des Rohres auftreten. Die größte Ringspannung ist offenbar nach Gl. (9) und (9a) mit $r - r_0 = a$

$$\sigma_0' = \frac{\mathfrak{M}'}{a^2 h}, \tag{18}$$

während die dazu normale Biegungsspannung sich mit (11a) und (12) zu

$$\sigma_0 = \frac{\mathfrak{M}''}{\Theta''}\frac{h}{2} = 3\frac{\tau_0 a}{h}\cos 2\varphi$$

berechnet. Hierzu tritt noch die Meridianspannung $\sigma'' = \tau \operatorname{tg}\varphi$, so daß eine Gesamtspannung

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma'' = 3\frac{\tau_0 a}{h}\cos 2\varphi + 2\frac{\tau_0 r_0}{r}\sin^2\varphi,$$

oder genau genug

$$\sigma = \tau_0\left(\frac{3a}{h}\cos 2\varphi + 2\sin^2\varphi\right) \tag{19}$$

mit den Höchstwerten für $\varphi = 0$ und $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$$\sigma_1 = 3\frac{a}{h}\tau_0, \quad \sigma_2 = \left(2 - 3\frac{a}{h}\right)\tau_0,$$

wofür wir auch mit Rücksicht auf die Bedeutung von τ_0 aus (9)

$$\sigma_1 = \frac{3}{2}\frac{\mathfrak{M}'}{r_0 h^2}, \quad \sigma_2 = \left(1 - \frac{3}{2}\frac{a}{h}\right)\frac{\mathfrak{M}'}{r_0 a h} \tag{19a}$$

schreiben dürfen. Hiervon kommt, da $\frac{h}{a}$ stets ein kleiner Bruch sein soll, nur der erste Wert als absolut größter in Betracht. Dividieren wir diesen in (18), so folgt

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_0'} = \frac{3}{2}\frac{a^2}{r_0 h}, \tag{20}$$

wonach also für $a^2 > r_0 h$, wie in dem besprochenen Ausgleichsrohre die Spannung der Querbiegung der Umfangskurve die Ringspannung weitaus überwiegt.

Zum Schlusse möge darum noch die Formänderung des ursprünglich kreisförmigen Rohrquerschnitts ermittelt werden, wobei wir an die Gl. (11a) und (12) anknüpfen können. Es ist nämlich die Verdrehung an der Stelle φ

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \frac{1}{E\Theta''}\int_0^\varphi \mathfrak{M}''\,ds' = -3\frac{\tau_0 a^2}{E h^2}\sin 2\varphi = \\ &= -\frac{3}{2}\frac{\mathfrak{M}' a}{E h^3 r_0}\sin 2\varphi,\end{aligned} \tag{21}$$

und daraus die Verschiebung eines Punktes in der Richtung r gegenüber dem inneren Scheitel

$$\begin{aligned}\Delta v &= \int_0^\varphi \Delta\varphi \cos\varphi\, ds'' = \\ &= -\frac{3}{2}\frac{\mathfrak{M}' a^2}{E h^3 r_0}\int_0^\varphi \sin 2\varphi\cos\varphi\, d\varphi\end{aligned}$$

oder

$$\Delta v = \frac{\mathfrak{M}' a^2}{E r_0 h^3}(\cos^3\varphi - 1). \tag{22}$$

Ebenso ergibt sich die Axialverschiebung (in der Richtung ZZ) zu

$$\begin{aligned}\Delta u &= -\int_0^\varphi \Delta\varphi \sin\varphi\, ds'' = \\ &= \frac{3}{2}\frac{\mathfrak{M}' a^2}{E h^3 r_0}\int_0^\varphi \sin 2\varphi\sin\varphi\, d\varphi\end{aligned}$$

$$\Delta u = \frac{\mathfrak{M}' a^2}{E r_0 h^3}\sin^3\varphi. \tag{23}$$

Die totale Zusammendrückung des Kreisquerschnittes in radialer oder axialer Richtung ist demnach (Fig. 5)

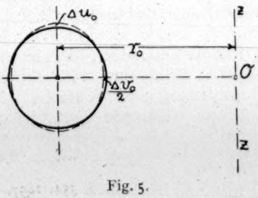


Fig. 5.

$$\Delta v_0 = -2 \frac{\mathfrak{M}' a^2}{E r_0 h^3} = -2 \Delta u_0,$$

und wir erkennen, daß der ursprüngliche Kreisquerschnitt durch ein positives Moment $\mathfrak{M}'$, welches den Krümmungsradius r_0 des Rohres zu vermindern strebt, in der Richtung von r, durch ein negatives Moment dagegen in der Richtung ZZ zusammengedrückt wird.

Danzig, Festigkeitslaboratorium der Techn. Hochschule, Juli 1912.

(Eingegangen 17. Juli 1912.)

Über eine konstante Form des Brennstoffelementes.

(Aus dem Elektrochemischen Laboratorium der Technischen Hochschule Berlin.)

Von

Franz Fischer und Richard Lepsius.

Vor kurzem waren wir bei der Einrichtung des elektrochemischen Praktikums vor die Aufgabe gestellt, den Studierenden gelegentlich der Erörterung der verschiedenen Methoden der Stromerzeugung auch das Problem der Elektrizitätserzeugung durch Verbrennung von Brennstoffen in galvanischen Elementen durch ein Beispiel zu erläutern. Aus didaktischen Gründen mußte dieses Brennstoffelement möglichst einfach zusammengesetzt sein, andererseits aber doch imstande sein, einen dauernden Strom von einiger Stärke hervorzubringen.

Diesen Ansprüchen genügt nun weder die von Jacques beschriebene Form des Kohleelementes[1]), noch andere, namentlich von Liebenow und Strasser[2]) ihm gegebene Formen; denn die Spannung der Elemente der bisherigen Formen sinkt sehr rasch, sobald man Strom entnimmt. Bei den bisher erwähnten Formen des Kohleelementes bestand der Elektrolyt aus geschmolzenem $NaOH$ oder KOH, welches sich in einem Eisentiegel befand, der gleichzeitig als positive Elektrode diente. Als negative Elektrode, also dem Zink in galvanischen Elementen entsprechend, wurde ein Kohlestab benutzt. Der Vorgang in dem sog. Jacques-Element, der ursprünglich anders aufgefaßt worden war, ist inzwischen dahin geklärt worden, daß die Eisenelektrode, also der Eisentiegel, durch Aufnahme von Luftsauerstoff durch Vermittlung der Schmelze als sauerstoffabgebende Elektrode dient, während die Kohleelektrode aufgezehrt wird. Ihre Wirkungsweise scheint darin zu bestehen, daß sie durch Reaktion mit der Schmelze Wasserstoff entwickelt, so daß der gesamte stromliefernde Vorgang in einer Oxydation des an der Kohle auftretenden Wasserstoffes auf Kosten des Eisenoxyds an der Eisenelektrode aufgefaßt werden kann. Wer sich für die Literatur über das Kohleelement interessiert, sei auf eine neuere Arbeit von Bechterew[1]) verwiesen. Bechterew zeigt in ihr, daß die durch Luftzufuhr mit Eisenoxyd sich bedeckende, in der Schmelze passiv gewordene Eisenelektrode, der Eisentiegel z. B., auch ersetzt werden kann durch kleine Stäbchen aus Magnetit, die man sich aus Eisendraht auf folgende Weise herstellen könne: Man erhitzt Eisendraht, nachdem man ihn vorher in Eisenoxydpulver eingebettet hat, durch einen starken Strom, wobei er verbrennt und in ein Stäbchen von schwammigem Oxyd übergeht.

Wir haben nun gefunden, daß sich die Elektroden aus geschmolzenem Eisenoxyduloxyd, wie sie die chemische Fabrik Griesheim-Elektron[2]) bei der Elektrolyse der Chloralkalien verwendet, ganz hervorragend zur Demonstration des Wesens eines Brennstoffelementes eignen. Wir stellen das Brennstoffelement in folgender Weise zusammen: Als Schmelzgefäß, das mit einem Bunsenbrenner geheizt wird, dient ein 6 cm hoher und 7 cm weiter Tiegel aus Eisen oder Nickelblech. In diesem Tiegel wird Ätznatron eingeschmolzen und die Elektroden, ein Kohlestab von ca. 1 cm und ein Eisenoxyduloxydstab von 1,5 cm Dicke werden gleich über den Tiegel gebracht, damit sie sich während des Einschmelzens des Ätznatrons gleichzeitig anwärmen. Wenn das Ätznatron geschmolzen ist, werden die Elektroden eingetaucht und die Spannung gemessen. Erst ist die Eisenoxydelektrode positiv, dann kehrt sie während des Temperaturanstieges vorübergehend ihre Polarität um, um schließlich bei 350° eine Spannung von 0,6, bei 450° von 0,7, bei 550° von 0,8 Volt bei offenem Stromkreis gegen die negative Kohleelektrode zu zeigen. Wir schlossen nun das Element durch einen Widerstand von 10 Ohm, entnahmen ihm also Strom. Die Klemmenspannung sank dabei auf 0,6 Volt, die Stromstärke betrug 60 Milliamp. und hielt sich auf dieser Höhe viele Stunden lang, bis wir schließlich den Versuch abbrachen. Durch Einblasen von Luft an die Eisenoxydelektrode wird die depo-

1) The Electrical Engineer. Referat: Elektrotechn. Zeitschr., 259, 1896.

2) Zeitschr. f. Elektrochem. **3**, 354, 1897.

1) Bechterew, Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 851, 1911.

2) Für die Überlassung derartiger Elektroden möchten wir an dieser Stelle unseren Dank aussprechen.

larisierende Wirkung noch etwas verbessert. Dies ist aber für den gedachten Lehrzweck überflüssig, da das Element in dieser Form gegenüber den früher beschriebenen Typen ausreichend konstant ist. Brennstoffelemente, die auf dem Prinzip der Oxydation der Kohle analog der des Zinks in den galvanischen Elementen beruhen, haben infolge der Kosten für die Formgebung der Kohle und wegen ihres Aschengehaltes, ferner infolge der allmählichen Überführung des Ätznatrons in Natriumkarbonat in der Technik keine Aussicht auf Erfolg. Trotzdem scheint es uns doch zweckmäßig, an Hand eines brauchbaren, wenn auch unrentablen Brennstoffelementes die Studierenden mit dem noch ungelösten Problem der direkten Elektrizitätserzeugung aus Brennstoffen bekannt zu machen.

Charlottenburg, Juni 1912.

(Eingegangen 21. Juni 1912.)

Luftelektrische Beobachtungen in Argentinien. IV. Beobachtungen im Kamp[1]).

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Georg Berndt.

Durch die Liebenswürdigkeit des Herrn Redlich, dem ich auch an dieser Stelle verbindlichst dafür danken möchte, wurde es mir ermöglicht, in der Zeit vom 9. bis 16. Februar dieses Jahres auf der Estancia Rhenania einige luftelektrische Messungen anzustellen. Die Estancia Rhenania liegt etwa unter 34° 10′ s. Br. und 63° 10′ w. L., ca. 15 km von der Bahnstation Melo der Ferro-Carril de Buenos Aires al Pacífico entfernt. Ortschaften finden sich auch in einem noch größeren Umkreise nicht. Die Grenze der Provinzen Buenos Aires und Córdoba geht gerade durch die Estancia; diese liegt somit im Herzen Argentiniens, inmitten eines Ackerbau- und Viehzuchtgebiets von ungeheurer Ausdehnung. Auf der Estancia speziell war der größte Teil ihrer 32500 Hektar mit Alfalfa (eine Luzernenart) bestellt.

Beobachtet wurde um 8 a. m., 2 p. m. und 8 p. m. das Potentialgefälle mit einem Lutzschen Flammenkollektor auf einem großen freien Platz (Potrero), mehr als 50 m von jeder Erhebung (Bäume) entfernt, und ferner die Leitfähigkeit mit Hilfe eines Wulfschen Elektrometers, auf das ein Messingstab von 5 mm Durchmesser und 30 cm Länge gesteckt war. Der Beobachtungsplatz hierfür befand sich unter schattigen Bäumen, die einen genügenden Schutz gegen das Erdfeld boten, andererseits aber die Luft ungehindert hindurchstreichen ließen. Da mit sehr niedriger Ladung (Anfangsladung etwa 50 Volt) gearbeitet wurde, herrschte in dem größten Teil des Apparats freier Strom. Direkte Vergleiche dieses Apparats mit einem Apparat nach Gerdien im Mai in Buenos Aires ergaben das Resultat, daß die mit dem Wulfschen Elektrometer beobachtete Leitfähigkeit mit 0,84 (Mittel aus 10 Beobachtungen, deren Extremwerte 0,69 und 0,96 waren) zu multiplizieren wäre, um sie auf die Angaben des Gerdienschen Apparates zu reduzieren, d. h. man mißt auf jene Weise sicherlich die Leitfähigkeit.

Die Tabelle enthält die Tagesmittel der Beobachtungen; dabei ist die Bezeichnung dieselbe

Dat.	$\lambda_+ \cdot 10^4$	$\lambda_- \cdot 10^4$	$\lambda \cdot 10^4$	q	F	$i \cdot 10^6$	$\mathfrak{J} \cdot 10^{15}$	b	$b_{korr.}$	t	f	B	T	W	St	Bemerkungen
9.II.	0,82	0,87	1,69	0,85	88	0,39	0,13	744,1	756,2	24,1	73,7	5/8 *Ci St*	1—2	O	1—2	Abends Bodennebel.
10.II.	1,24	1,51	2,75	0,88	32	0,31	0,10	51,0	63,2	21,4	51,7	4/8 *Ci St*	1	S	2—3	
11.II.	1,23	1,34	2,57	0,97	40	0,31	0,10	49,0	61,2	22,1	82,2	6/8 *St*	1	NO	2—3	Morgens sehr wenige Tropfen Regen.
12.II.	1,93	1,21	3,14	1,93	38	0,42	0,14	45,0	57,2	25,7	78,0	8/8 *Ci St Ni*	1	N	3	Abends Wetterl. Um 10p. Gewitter u. Regen.
13.II.	1,40	1,33	2,77	1,06	59	0,56	0,19	44,5	56,6	22,2	78,7	5/8 *Ci St*	1	S	1	
14.II.	1,16	1,30	2,46	0,99	53	0,43	0,14	46,9	59,1	21,6	66,0	1/8 *Ci St*	1—2	S	2	Um 6a. Nebel.
15.II.	1,49	1,38	2,87	1,06	80	0,77	0,26	45,6	57,7	22,9	61,3	0	1—2	N	0—1	Abends leichter Bodennebel.
16.II.	1,07	1,17	2,24	0,97	33	0,26	0,09	45,3	57,4	23,9	63,0	1/8 *Cu*	1	S	1—2	
Mittel	1,29	1,26	2,55	1,09	53	0,43	0,14	746,4	58,6	23,0	69,3	4/8	1		2	
Mittel (ohne 12.)	1,20	1,27	2,47	0,97	55	0,43	0,14									
Mittel (ohne 9., 11., 12., 14.)	1,30	1,35	2,65	0,99	51	0,48	0,16									

1) III., diese Zeitschr. **13**, 514, 1912.

wie in der I. Mitteilung[1]); $b_{korr.}$ bezeichnet den auf Meeresniveau reduzierten Barometerstand, wobei der Höhenunterschied zwischen den Beobachtungsorten in Buenos Aires und auf der Estancia zu 140 m gesetzt wurde (Angabe der Ferro-Carril de Buenos Aires al Pacifico). Zum Schluß folgt das Mittel aus allen Tagen, das der Tage ohne den 12. Februar (Gewittertag), wobei sich vor allem ein Unterschied in der Polarität zeigt, und schließlich das Mittel mit Ausschluß der Tage 9, 11, 12 und 14, die als anomal im luftelektrischen Sinne zu bezeichnen wären. Dieses letztere ergibt für λ und i ein wenig größere Werte.

Die Werte von λ entsprechen etwa den an anderen Orten im Sommer beobachteten Werten, während F auffallend klein ist. Im Vergleich zu Buenos Aires, wo die Leitfähigkeit im Februar etwa 1,5 betragen dürfte, ist λ auf der Estancia bedeutend größer, was sich ohne weiteres durch den Unterschied der Örtlichkeit erklärt (hier freies Land, dort Großstadt).

Leider zwangen mich meine Untersuchungen in Buenos Aires, nach etwa 8 Tagen zurückzukehren. Immerhin scheint mir aber diese kurze Beobachtungszeit genügend, um den Schluß ziehen zu können, daß auch auf dem Kamp, d. h. auf ganz freiem Gelände, keine von den bisher bekannten Resultaten prinzipiell abweichenden luftelektrischen Verhältnisse vorliegen, während naturgemäß die Leitfähigkeit größer und das Potentialgefälle kleiner ist als in der Nähe einer Großstadt oder in dieser selbst.

1) Diese Zeitschr. **12**, 1125, 1911.

Bei dieser Gelegenheit möchte ich eine gelegentliche Beobachtung mitteilen. Das Vorzeichen von F wurde durch Nähern eines geriebenen Ebonitstabes untersucht. Dabei zeigte dieser verschiedentlich negatives Gefälle an. Untersuchungen im Zimmer ergaben das Resultat, daß der Stab, wie zu erwarten, negativ wurde. Doch einmal zweifelhaft geworden, konnte ich feststellen, daß der Ebonitstab beim Reiben mit demselben Flanellstück bald positiv, bald negativ wurde. Berühren mit feuchten Händen oder Behauchen und nachheriges leichtes Reiben machte ihn positiv, stärkeres Reiben nach eventuell vorhergegangenem Erwärmen über einem Bunsenbrenner negativ. Es ist also beim Gebrauch des Ebonits Vorsicht zu empfehlen.

Buenos Aires, Depart. de Fisica del Instituto nacional del Profesorado Secundario, Juni 1912.

(Eingegangen 6. Juli 1912.)

VORTRÄGE UND REDEN.

Das Lebenswerk Lord Kelvins auf dem Gebiete der Elektrizität und des Magnetismus.

Von H. du Bois[1]).

Die wissenschaftliche Tätigkeit Lord Kelvins erstreckt sich über zwei Drittel eines Jahrhunderts und bildet das Verbindungsglied zwischen der französischen Schule zur Zeit Louis Philippes und den Errungenschaften unseres 20. Jahrhunderts in der Mathematik, der Physik und der Ingenieurkunst. Es war eine Periode von ungewöhnlicher Länge, wenngleich sie verschwindend klein war im Vergleich mit der geologischen Zeiteinheit von zehn Jahrmillionen, mit der er sich so gern beschäftigte.

Nichts ist natürlicher, als daß der Vorstand dieser Gesellschaft den Wunsch hegte, das Gedächtnis des Mannes, der zuletzt bis zu seinem Tode ihr Vorsitzender war, durch einen Beitrag von außerhalb des britischen Reiches zu würdigen. Ich rechne es mir zur hohen Ehre, daß ich zur Erfüllung dieser Aufgabe ausersehen worden bin, wenngleich mehr als fünfundzwanzig Jahre verflossen sind, seit ich die Universität Glasgow verlassen habe.

1) Gedächtnisrede, gehalten vor der Institution of Electrical Engineers zu London, 25. April 1912.

Meine Tätigkeit im Kelvinschen Laboratorium fiel in eine Zeit, da Elektrizität und Magnetismus in voller Entwicklung standen, und dieser Einfluß hat sich seither als ein dauernder erwiesen. Ich will deshalb versuchen, wenigstens oberflächlich einen Überblick über seine Leistungen in dieser Wissenschaft zu geben. In der Rede über „Ether, Electricity and Ponderable Matter", die er als Vorsitzender dieser Gesellschaft hielt, spricht er von „dem wachsenden Verlangen der Mitglieder, etwas über die molekulare oder dynamische Theorie der Elektrizität und des Magnetismus zu erfahren". Das mag zu meiner Entschuldigung dienen, wenn ich mich nicht auf den praktischen oder technischen Gesichtspunkt beschränke. Auf den ausdrücklichen Wunsch Ihres Ausschusses werde ich auch versuchen, einen Teil der späteren Entwicklung der Kelvinschen Lehren und Ideen durch seine Schüler und Nachfolger zu schildern. Man darf wohl sagen, daß dadurch sein An-

denken nicht weniger geehrt wird als durch einen Überblick über seine eigenen Leistungen.

I.

Die Elektrostatik war Lord Kelvins erste Liebe. Das hat er den Mitgliedern dieser Gesellschaft vor dreiundzwanzig Jahren erzählt. Zum ersten Male wurde sie ziemlich nebenher im Zusammenhange mit der Wärmebewegung erwähnt, und zwar in der dritten „P. Q. R." gezeichneten Arbeit (1842). Zwei Jahre zuvor hatte er im Alter von sechzehn Jahren die „Théorie Analytique de la Chaleur" des Barons Joseph Fourier durchgelesen und bewältigt. Dieses Werk, das nicht so sehr um seines Gegenstandes als um seiner Methode willen klassisch ist, machte einen tiefen Eindruck auf den jugendlichen Leser, der sogleich seine Allgemeinheit und seine große Tragweite empfunden haben muß. Nach seinem ersten öffentlichen Auftreten als Mathematiker zeigte er sich nunmehr erstmalig als einer der Unsern — als ein höchst bedeutender Elektriker.

Die folgenden Jahre sahen das Erscheinen einer Reihe von Arbeiten über die mathematische Theorie der Elektrizität im Gleichgewichte, die viele grundlegende Sätze über Verteilung, elektrostatische Induktion, Nichtleiter usf. enthielten und den Weg bahnten, der von den alten Fernwirkungsmethoden zum Faraday-Maxwellschen Gesichtspunkte führte. Einen frischen Anstoß in dieser Richtung gab ihm die Lektüre (1845) von Greens „Essay on the Application of Mathematical Analysis to the Theories of Electricity and Magnetism" (vom Jahre 1828).

Ein Ergebnis minder abstrakter Art ist die Theorie der elektrischen Bilder und der reziproken Radien. Später gelangte er zur Berechnung der elektrostatischen Kapazität einer Leidener Flasche und eines isolierten Drahtes in der Achse einer zylindrischen leitenden Schale, d. h. zu Problemen von eminent praktischer Bedeutung für die unterseeische Telegraphie. Die Konstruktion von Kondensatoren oder, wie er sie späterhin nach der alten holländischen Universität nannte, „Luft-Leidens", zog noch im Jahre 1892 seine Aufmerksamkeit auf sich.

Das Gebiet der praktischen Elektrizitätslehre scheint übrigens Kelvins Aufmerksamkeit um das Jahr 1860 erregt zu haben, und zwar in der Gestalt, in der es der Menschheit ursprünglich gegenübergetreten sein muß, nämlich als atmosphärische Elektrizität. Den ersten Anstoß dazu gab ihm sein Besuch in Kreuznach, wo er mit den regelmäßigen luftelektrischen Beobachtungen Dellmanns bekannt wurde.

Das allgemeine Prinzip des Kollektors — des Wasser- wie des Feuerkollektors — hat er klar verstanden und zum Ausdruck gebracht. Denken wir uns, ein Leiter, der zunächst der Erde angehört, werde isoliert und veranlaßt, von einer exponierten Stelle seiner Oberfläche aus, Materie fortgesetzt auszuschleudern; dieser Teil der Oberfläche wird dann schnell auf einen unelektrischen Zustand gelangen; der ganze Leiter wird auf ein solches Potential gebracht werden, daß er in der Lage sein wird, in der Luft im elektrischen Gleichgewicht zu verharren. Das Potential wird überall auf dem isolierten Leiter auf das der Äquipotentialfläche in der umgebenden Luft gebracht, die durch den Punkt geht, von dem aus die Materie entweicht. Das gilt in erster Linie für den Wassertropfenkollektor. Was brennende Flammen angeht, so wissen wir nunmehr, daß ihr Verhalten nicht so einfach ist; bereits im Jahre 1889 wurde übrigens eine Arbeit über Elektrisierung der Luft durch Flammen von Kelvin veröffentlicht.

Im Zusammenhange mit der atmosphärischen Elektrizität wurde auch der erste Versuch gemacht, die absolute EMK zu messen, die erforderlich ist, um in Luft unter gewöhnlichem Druck einen Funken zwischen leicht konvexen parallelen Metallplatten bei verschiedenen Abständen zu erzeugen. Dieser Versuch ist nicht so sehr wegen des Versuchsergebnisses interessant wie wegen der klaren Definition der verschiedenen dabei in Frage kommenden Größen in absolutem Maße. Die Funkenlänge betrug nicht mehr als 1,5 mm; das entspricht rund 6000 Volt. Der Grenzwert der einem Funken vorausgehenden elektrostatischen Kraft ergab sich als nicht viel weniger als 120 elektrostatische CGS-Einheiten oder etwa 35000 Volt pro cm. Es wurde nachgewiesen, daß dies einer Spannung längs der Kraftlinien — im Maxwellschen Sinne — von ungefähr 0,6 Grammgewicht pro qcm entspricht, und diese wurde elektrisch als eine Verminderung des gewöhnlichen Atmosphärendruckes von nahezu einem Kilogramm Gewicht pro qcm angesehen. Damals bestand die verfügbare Apparatur aus der Coulombschen Drehwage, verschiedenen Elektroskopen (von Peltier, Bennet, Henley, Bohnenberger u. a.) und den Elektrometern von Dellmann, R. Kohlrausch, Rieß und Hankel. Wenngleich einige von diesen Apparaten gute Dienste geleistet haben und solche in modernisierter Gestalt auch noch leisten, so reichten sie doch in bezug auf Empfindlichkeit, Genauigkeit und

der Möglichkeit absoluter Messung nicht aus. Kelvin sah ein, daß ein Bedürfnis für eine Verbesserung vorlag, und machte sich sogleich daran, alles zu liefern, was man etwa gebrauchen könnte. Dieser Punkt bildet in der Tat den Beginn seiner praktischen Laufbahn als Konstrukteur und Erfinder, in der er Wunder vollbringen sollte. Zweifellos war es von jeher ein guter Brauch gewesen, daß jeder Experimentalphysiker, der etwas auf sich hielt, einem oder zwei neuen Instrumenten, die zu seinen Arbeiten in Beziehung standen, seinen Namen geben mußte. Die französische Schule zeichnete sich damals in diesem Zweige besonders aus, und in Paris waren eine Anzahl erstklassiger Instrumentenbauer ansässig. Kelvin muß durch seinen kurzen Aufenthalt im Laboratorium von Regnault im Jahre 1845 nach dieser Richtung hin beeinflußt worden sein, und damals müssen sich sein natürlicher praktischer Instinkt und sein geometrisches Verständnis entwickelt haben. In ihm waren höchste mathematische Fähigkeiten, fruchtbare Gedanken und aufmerksames Interesse für jede praktische Einzelheit in so seltenem Maße vereinigt, wie sie die Welt vermutlich nie wieder sehen wird.

Auf der Versammlung der British Association zu Dundee im Jahre 1867 berichtete er ausführlich über seine Elektrometer und seine elektrostatischen Messungen. Das heterostatische Prinzip, das bereits im Bohnenbergerschen Elektroskop verkörpert war, fand zuerst Anwendung in dem Instrument mit geteiltem Ring, dessen Entwicklung bald zum Quadrantenelektrometer in seiner bekannten Form führte. Bei der Entwicklung dieses Instrumentes sowie anderer hatte er das Glück, in James White einen Mitarbeiter zu finden, dessen Anteil hervorgehoben zu werden verdient. Dieser geschickte Optiker hatte in einem sehr bescheidenen Laden begonnen, der mit der zunehmenden Anzahl der Arbeitskräfte mehr und mehr erweitert wurde, bis die Firma im Jahre 1884 in die schönen Werkstätten in der Cambridge Street in Glasgow übersiedelte, wo sie jetzt unter dem Namen „Kelvin and James White, Ltd." bekannt ist. James White starb sehr bald nach meiner Ankunft in Glasgow, und im Jahre 1884 war Herr David Reid der Leiter. Ich entsinne mich noch gut, wie ich in die kleine Werkstatt hinter dem Optikerladen geführt wurde, der sich damals in der Sauchiehall Street befand. Die formlose Art und Weise, in der der Professor sich zwischen den Drehbänken bewegte, war entzückend. Er unterrichtete die Arbeiter einzeln über jede Kleinigkeit und erhielt dadurch ihr Interesse an der Arbeit wach; auch vergaß er nicht zu fragen, wie sie sich bei einem Ausfluge an die Küste amüsiert hätten, zu dem er alle eingeladen hatte. Gerade dieser innige Kontakt zwischen dem rechnenden, erfindenden und entwerfenden Physiker und den ausführenden Organen war es, der bei der Ausarbeitung der zahlreichen Kelvinschen Erfindungen auf instrumentellem Gebiete eine so große Rolle spielte. Allerdings entsprang er aus der ihm angeborenen Gutherzigkeit, aber zweifellos war er auch ein wichtiges Element seines Erfolges. Man kann leider nicht sagen, daß das moderne Streben nach gleichmäßiger Massenfabrikation in allen Zweigen solcher Betriebe jenem nützlichen und patriarchalischen Verfahren irgendwie förderlich wäre.

Das Quadrantenelektrometer bedeutete in mancher Hinsicht ein Verlassen des altherkömmlichen Instrumentenbaues. Es ist durchweg in wahrhaft originellem Geiste erdacht. Statt der gebräuchlichen Führung mit Dutzenden von Schrauben haben wir hier die „V-förmige Nutenanordnung mit einem Freiheitsgrade"; die Justiervorrichtung für die Bifilaraufhängung ist von eleganter Einfachheit, die Prüfscheibe ihrem Zwecke genau angepaßt. Große Schwierigkeiten boten die Glasbehälter wegen des feuchten Klimas. Wenn Kelvin in einem trockenen Klima gearbeitet hätte, wie es den Wintern auf dem Kontinent oder in Amerika eigen ist, wo man sich vollauf geladen auf dem Boden des Laboratoriums bewegen kann und bei der Begegnung Funken sprüht, so wäre der Auffüller niemals erfunden worden. Dieser Nachfolger der alten Verdoppler nach Bennet-Varley konnte nur in der feuchten, salzsäurehaltigen Atmosphäre der guten Stadt Glasgow geboren werden. Das Quadrantenelektrometer erwies sich bald als die nützlichste Bereicherung unseres Instrumentenbestandes: Potentialdifferenzen von etwa 1 Volt konnten heterostatisch bis auf $^1/_4$ v. H. gemessen werden; dabei war der Meßbereich ungefähr 5 Volt, und $^1/_{100}$ Volt wurde bei der empfindlichsten Einstellung angezeigt. Die Empfindlichkeit ließ sich auch abstufen, so daß der Bereich auf 5000 Volt gebracht werden konnte. Es ist auch häufig idiostatisch benutzt worden.

Die Bedeutung des Instrumentes erhellt deutlich aus der Zahl der Modifikationen, die im Laufe der Zeit für die verschiedensten Zwecke in Vorschlag gebracht worden sind, die aber nicht immer Verbesserungen waren. Die Elektrometer von Curie, Righi, Hallwachs, Elster und Geitel und Dolezalek sind heutzutage mit die gebräuchlichsten. Das

Quadrantenelektrometer ist die Urform des elektrostatischen Multizellularvoltmeters, das von Temperatur, Streufeldern, Wellenform und Frequenz unabhängig ist und für niedrige Spannungen, etwa von 20 bis 500 Volt, geeignet ist. Das vertikale elektrostatische Hochspannungsvoltmeter dagegen ist Spannungen von 500 bis 20000 oder gar 100000 Volt angepaßt. Es enthält jetzt nur ein Quadrantenpaar, in das ein auf Schneiden ruhender beweglicher, vertikaler Flügel hineingezogen wird. Durch die einfache Vorrichtung angehefteter Gewichte kann man verschiedene Meßbereiche erhalten.

Das absolute Elektrometer und andere Instrumente dieser Klasse gründeten sich auf das im Jahre 1834 von Sir William Snow Harris beschriebene Prinzip der Wage. Die von Blattfedern getragene und von ihrem Schutzring umgebene angezogene Scheibe bildet den Grundzug dieses bekannten Instrumentes, dessen Anwendung naturgemäß im Vergleich zu jener des Quadranteninstrumentes eine beschränkte ist.

Es wurden viele Versuche gemacht, das Wageprinzip auf praktische Zwecke anzuwenden, und viele Formen für die anziehenden Teile wurden versucht. Ich entsinne mich noch gut quantitativer Versuche mit Ringen, Kugeln, Kegeln und anderen Gestalten. In den elektrostatischen Spannungswagen, wie sie heutzutage gebaut werden, benutzt man Halbkugeln oder Schalen in Verbindung mit einem über einer Skala spielenden Arm; der Spannungsbereich geht dabei bis auf 100000 Volt.

II.

Seit den Zeiten Voltas und Galvanis hatte man galvanische Batterien nach besonderen Verfahren behandelt. Es war Kelvins Bestreben, sie für elektrostatische Bestimmungen verwendbar zu gestalten, und in der Tat war dies einer der Gründe für die Erfindung des absoluten Elektrometers. Nach einer ersten Veröffentlichung im Jahre 1853 wurden in den sechziger Jahren mehrere Vorversuche mit Batterien von 100 bis 450 Elementen gemacht; schließlich ergab sich im Jahre 1870 aus Versuchen von Leitch und Mac Kichan mit der besten Form des absoluten Elektrometers die EMK. von 1000 Daniellelementen in Reihenschaltung zu 3,74 elektrostatischen CGS-Einheiten. Das entspricht einer elektrostatischen Anziehung zweier paralleler Platten mit einem gegenseitigen Abstand von 1 mm von 5,7 Grammgewicht pro 100 qcm. Von unserm heutigen Gesichtspunkte aus kommt dieser Wert der Wahrheit recht nahe, wenn man bedenkt, daß sich die EMK. der meisten Elemente mit der Konzentration und der Natur der Elektroden sowie auch mit der Temperatur um mehrere Prozent ändert, wie dies Kelvin ausdrücklich festgestellt hat, wenn auch der Einfluß beim Daniellelement gering ist.

Diese Frage ist eng mit der Theorie verknüpft, die damals unter dem Namen der mechanischen Theorie der Elektrolyse ging. Sie betrifft nämlich die absolute Auswertung der EMK. galvanischer Elemente oder der beispielsweise zur Zersetzung von Wasser erforderlichen EMK. Kelvin gelangte zu dem Schlusse, daß diese EMK. dem mechanischen Äquivalente der bei der Umwandlung eines elektrochemischen Äquivalentes entwickelten Wärme gleich wäre, wie es sich mit Hilfe des Faktors berechnet, den Joule kurz zuvor bestimmt hatte. Diesen Schluß faßte Kelvin allgemein folgendermaßen:

„Die Intensität einer elektrochemischen Vorrichtung ist in absolutem Maße gleich dem mechanischen Äquivalente jenes Teiles der chemischen Wirkung, der mit einem Strom von der Stromstärke Eins während der Zeiteinheit verläuft." Diese einfache Beziehung schien für das Daniellement sehr nahe gültig zu sein; sie gab Anlaß zu zahlreichen Experimentaluntersuchungen im Laufe der fünfziger Jahre, deren bedeutendste wir dem kürzlich verstorbenen Professor Bosscha verdanken. Die historische Bedeutung dieses Fundamentalsatzes für die Elektrochemie wird kaum dadurch verringert, daß Helmholtz im Jahre 1882 nachwies, daß er nur für solche EMKe gilt, die von der Temperatur unabhängig sind, wie dies nahezu beim Daniellelement der Fall ist; wenn dagegen die EMK. bei der Erwärmung zunimmt (oder abnimmt), so ist sie um ein additives Glied größer (bzw. kleiner) als der vorstehende Wert, und zwar ist dieses Glied das Produkt aus der absoluten Temperatur und dem Betrage der Änderung der EMK. pro Grad[1]).

Thermoelektrische Untersuchungen nahmen einen großen Teil der ersten fünfziger Jahre in Anspruch. Zunächst wurde das Carnotsche Prinzip bei einer thermodynamischen Behandlung eines Stromkreises aus zwei Metallen angewandt, deren Verbindungsstellen sich auf beliebiger Temperatur befinden. Hiernach schien es zunächst, als ob die thermoelektromotorische Kraft für jedes beliebige Metallpaar demselben Gesetze folgen müsse, was natürlich mit der Erfahrung nicht übereinstimmte.

1) EMK. $= W + \Theta \frac{dE}{d\Theta}$, bei Außerachtlassung sekundärer Einflüsse, wie Konzentration, Druck, Magnetisierung usw.

Kelvin gelangte sogleich zu dem ziemlich überraschenden Schluß, daß der von Peltier entdeckte Effekt zur Erklärung der Energiequelle nicht ausreichte, sondern daß elektrische Ströme die bisher unentdeckte Eigenschaft besitzen müssen, beim Übergang von kalten zu warmen und von warmen zu kalten Gebieten in derselben Substanz verschiedene Wärmewirkungen hervorzurufen, die von Metall zu Metall dem Grade nach verschieden sind. Theoretische Betrachtungen einfacherer Art lehren ferner, daß das Phänomen der Umkehrung der thermoelektromotorischen Kraft bei einer für jedes Paar von Metallen charakteristischen Temperatur — das von Cumming entdeckt und von Edmond Becquerel untersucht worden war — nur dann existieren kann, wenn die Metalle infolge Stromdurchganges von kalten zu warmen oder von warmen zu kalten Gebieten verschiedene Wärmewirkungen erfahren. Dieses reversible Wärmephänomen elektrischer Ströme in einem einzigen Metall von ungleichförmiger Temperatur ist als „Thomsoneffekt" bekannt. Man kann es auch als eine Wärmekonvektion seitens bewegter Elektrizität bezeichnen, und es kann derart sein, daß entweder positive oder negative Elektrizität Wärme mit sich führt.

Es begann eine sehr langwierige und eingehende Untersuchung zur Prüfung dieser theoretischen Schlußfolgerungen. Sie bilden einen Teil der „Bakerian Lecture" des Jahres 1856. Da die thermostatischen wie die thermometrischen Hilfsmittel zu jener Zeit sehr roh waren, begegnete sie großen Schwierigkeiten. Diese wurden jedoch schließlich überwunden, und die thermodynamische Theorie wurde vollauf bestätigt durch den experimentellen Nachweis, daß im Eisen negative Elektrizität die Wärme mit sich führt; dieser Effekt wird als „negativer Thomsoneffekt" bezeichnet. Ferner wurde dargetan, daß beim Kupfer der Effekt viel kleiner und positiv ist.

Nachdem somit der experimentelle Beweis erbracht worden war, wurde die einfachere Methode der Bestimmung thermoelektrischer Umkehrungspunkte wiederum für eine Reihe von Metallpaaren aufgenommen; dabei wurden unter anderen folgende neutrale Temperaturen gefunden:

Silber Gold	Gold Zink	Eisen Kadmium	Eisen Silber	Eisen Kupfer
$-5,7^0$	71^0	$162,5^0$	237^0	280^0 C

Es wurde auch ein thermoelektrisches Diagramm entworfen, und zwar zwischen -30^0 und $+300^0$ C; dieses zeigt das thermoelektrische Verhalten einer Anzahl Metalle, und aus ihm konnten das Vorzeichen und die relative Größe des Thomsoneffektes annäherungsweise abgeleitet werden, und zwar:

Positiv: Kupfer, Zink, Silber, Kadmium.

Negativ: Eisen, Nickel, Palladium, Platin, Quecksilber.

Diese Ergebnisse wurden später von Le Roux, der nach verbesserten Methoden arbeitete, bestätigt und erweitert. Eine Reihe von Physikern, z. B. Clausius, war eher geneigt, den Effekt als einen sekundären anzusehen, der von Spannungen infolge ungleichförmiger Erwärmung herrühre. Es war daher von großer Wichtigkeit, die Kelvinsche Folgerung am Quecksilber nachzuprüfen, da dieses naturgemäß keine dauernde Spannung zuläßt. Diese Arbeit wurde an mehreren geschmolzenen Metallen im Jahre 1885 von Professor F. Braun ausgeführt. Ungefähr um dieselbe Zeit lieferte Professor Haga einen direkten experimentellen Beweis für den Thomsoneffekt am Quecksilber; dieser Forscher hat auch seither in Gemeinschaft mit seinen Schülern viel zur Erkenntnis dieses wichtigen Phänomens beigetragen. Bei reinem Blei verschwindet dieses Phänomen merklich, wenigstens innerhalb des gewöhnlichen Temperaturbereiches, und dieses kann daher als das Normalmetall betrachtet werden.

Viele Versuche waren auch den Wirkungen der Spannung auf thermoelektrische Eigenschaften gewidmet.

In der Folge wurde auch der Einfluß der Magnetisierung untersucht. Eine longitudinale Magnetisierungsspule war leicht genug anzuwenden, aber der transversale Effekt mußte mit Hilfe verschiedener geistreicher Kunstgriffe gefunden werden. Beim Eisen ergab sich nun die Richtung des Stromes durch die heiße Lötstelle folgendermaßen:

vom unmagnetisierten zum longitudinal magnetisierten,

vom transversal magnetisierten zum unmagnetisierten,

und a fortiori:

vom transversal magnetisierten zum longitudinal magnetisierten Eisen.

Wir kommen nunmehr zu einem Gegenstande von gewaltigem praktischen Interesse, nämlich zur spezifischen Leitfähigkeit des Kupfers. Im Jahre 1857 lenkte Kelvin die Aufmerksamkeit auf die ungeheuren Verschiedenheiten dieser Größe bei verschiedenen Proben von Kupfer sowie auch auf deren Bedeutung vom Standpunkte des Aktionärs. Es wurde nachgewiesen, daß mechanische Mißhandlung, wie Ziehen, Strecken, Drillen, Verlitzen, Hämmern, ebenso Härten, Tempern oder Glühen von untergeordneter Bedeutung ist. Ein paar

Jahre später führte der bekannte Chemiker A. W. Hofmann, der damals dem Royal College of Chemistry angehörte, eine Anzahl von Analysen für Kelvin aus, und es zeigte sich, daß Verunreinigungen im Betrage von 1 v. H. die Leitfähigkeit um etwa 50 v. H. herabsetzen können.

Der höchste anfänglich angegebene Wert betrug ungefähr $55 \cdot 10^4$ „Mho" für einen Kubikzentimeter. Der „Normalkupfer-Sollwert" beträgt 60 bei gewöhnlicher Temperatur; das reinste Kupfer liefert heute $65 \cdot 10^4$ bei 0^0 und ungefähr 700 bei -206^0. Nach den Versuchen von Kamerlingh Onnes in flüssigem Helium zu urteilen, würde der Wert in der Nähe des absoluten Nullpunktes unbegrenzt wachsen.

Empfindliche Versuche zeigten später eine sehr geringe Widerstandsabnahme bei Eisen und Kupfer unter longitudinaler Spannung. Der interessanteste Einfluß ist aber der der Magnetisierung. Longitudinal an einem weichen Eisendraht wirkende Magnetisierung erhöhte stets den Widerstand ein wenig; Stahl verhielt sich ebenso, und es wurde auch eine Nachwirkung beobachtet. Ein alter Versuch von Maggi über das Verhältnis der Wärmeleitfähigkeiten einer Eisenscheibe in der Richtung quer zu jener der Magnetisierung und in der Längsrichtung der Magnetisierung führte zu einer Reihe von Versuchen mit quadratischen und kreisförmigen dünnen Scheiben, die in ihrer eigenen Ebene magnetisiert waren. Diese Scheiben waren mit seitlichen Spannungsklemmen in der Weise versehen, wie man sie heute zum Nachweis des Halleffektes benutzt, und wenn sie nur senkrecht zu ihrer Ebene magnetisiert worden wären, würde Kelvin sicherlich dieses Phänomen entdeckt haben, dessen Möglichkeit und Bedeutung er vorhersah. Diese Messungen, die den Charakter recht empfindlicher Differentialmessungen tragen, wiesen alle auf den Schluß hin, daß beim Eisen der Widerstand längs der Magnetisierungsrichtung zu- und quer zu ihr abnimmt. Nickel, das zu jener Zeit schwer in geeigneter Gestalt zu haben war, verhielt sich ebenso. Diese Erscheinungen gehörten sämtlich zur Klasse der „kleinen Effekte". Ein erster Eisendraht ergab nur 0,03 v. H. Schließlich wurde die longitudinale Zunahme beim Eisen und beim Nickel zu ungefähr 0,2 bzw. 0,7 v. H. gefunden, die transversale Abnahme zu 0,35 bzw. 0,5 v. H.

Die Werte für Eisen erscheinen nunmehr sogar zu hoch, während die für Nickel eher niedriger sind, als man sie erhalten kann. Sehr reines Nickel, das Sir Joseph Swan hergestellt und mir freundlichst zugesandt hat, zeigte eine relative longitudinale Widerstandszunahme von 1,5 v. H., wenn es bei gewöhnlicher Temperatur bis zur Sättigung magnetisiert wurde, während sich die Zunahme in flüssiger Luft auf mehr als 6 v. H. belief. Es ist interessant zu bemerken, wie der kleine Effekt von $^1/_{3000}$, den Kelvin mit seinen sorgfältigen und feinen Messungen entdeckt hat, immer größer geworden ist. In meinem Laboratorium wurde erreicht, daß der Widerstand von Wismut in einem transversalen Felde von 50 Kilogauß (50000 CGS-Einheiten) auf ungefähr den vierfachen Wert anstieg, und in flüssiger Luft auf mehr als den hundertfachen; der letztgenannte Effekt war indessen sehr veränderlich. Kürzlich hat Herr D. E. Roberts hier gefunden, daß eine gewisse Art von nichtmetallischem Graphit in einem solchen Felde bei gewöhnlicher Temperatur mehr als den zwanzigfachen Widerstand und bei tieferen Temperaturen noch viel mehr annahm, wenn seine Kristallachse parallel zur Feldachse stand. Der Longitudinaleffekt ist beträchtlich kleiner.

Das zusammenhängende System absoluter Messung des Erdmagnetismus, das wir Gauß verdanken, war, hauptsächlich von Wilhelm Weber, auf alle Zweige der Elektrizitätslehre ausgedehnt worden. Kelvin schätzte den praktischen Wert der Weberschen Arbeiten sehr hoch. Bereits im Jahre 1851 finden wir eine Arbeit über die Anwendungen mechanischer Wirkung auf die Messung der EMK. und des Widerstandes in absoluten Einheiten; und noch im Jahre 1888 sehen wir Kelvin in gemeinsamer Arbeit mit den Professoren Ayrton und Perry die lange Reihe von Bestimmungen von v um eine weitere Messung dieser höchst wichtigen Größe vermehren. Ein Potential wurde elektromagnetisch mit einer Zentiamperewage und elektrostatisch mit einem eigens hierfür entworfenen absoluten Elektrometer gemessen; außerdem wurden ein bekannter Widerstand und ein „Multiplikator-Kondensator" benutzt. Das korrigierte Ergebnis war $v = 300400$ km/sec, in guter Übereinstimmung mit der Lichtgeschwindigkeit; diese Größe behält ihren fundamentalen und universellen Charakter sogar auch in der modernen vierdimensionalen Welt der Relativität bei.

Kelvin war das treibende Element des British Association Committee für elektrische Einheiten, das in den zwanzig Jahren von 1862 an so viel an Vorarbeit geleistet hat. Er war auch der hervorragendste Vertreter auf dem ersten Internationalen Kongreß, der im September 1881 in Paris im Rahmen der Elektrischen Ausstellung abgehalten wurde. Diesem Kongreß verdanken wir die endgültige Feststellung und gesetzliche Festlegung des Volt,

des Ohm, des Ampere, des Coulomb und des Farad, während mehrere ins einzelne gehende Fragen in einer auf das nächste Jahr anberaumten Konferenz zur Erledigung kamen. Kelvin gab eine zusammenfassende Übersicht über diesen wichtigen Gegenstand in der Institution of Civil Engineers am 3. Mai 1883; dieser Vortrag war der letzte einer Reihe von Vorträgen über die praktischen Anwendungen der Elektrizität. In diesem ziemlich verblüffenden Gedankenfluge sprach er das bekannte Wort aus: „Das Leben und die Seele der Wissenschaft ist ihre praktische Anwendung" („The life and soul of science is its practical application").

III.

An den Magnetismus trat Kelvin gleichfalls früh heran. Er zeigte, daß man eine vollständige mathematische Theorie auf bekannte Tatsachen gründen könne, während die Ergebnisse ganz und gar mit denen übereinstimmten, die Poisson zuvor auf höchst unwahrscheinlicher hypothetischer Grundlage abgeleitet hatte. Schon die Definitionen zu Anfang sind ihrer Originalität wegen bemerkenswert; der Begriff einer magnetischen Achse, die Begriffe Magnetstärke, Moment, Intensität und Richtung der Magnetisierung werden hier mit einem klaren physikalischen Sinn aufgestellt, der in scharfem Gegensatz steht zu den rein analytischen Symbolen, mit denen die reinen Mathematiker damals zu arbeiten pflegten.

Es wurde gezeigt, wie man die Wirkung eines beliebigen Magnets durch Materie darzustellen habe, die auf seiner Oberfläche und in ganz besonderen Ausnahmefällen auch in seinem Innern verteilt ist; aber es wurde mit allem Nachdruck betont, daß dieses Übereinkommen, derartige rein imaginäre Materie einzuführen, zwar häufig zweckmäßig und bequem, aber durchaus künstlich sei. In jedem Falle sind die Demonstrationen darauf gerichtet, die in den analytischen Formeln ausgedrückten physikalischen Prinzipien zu veranschaulichen. Von dem Begriff des Potentiales, den zuerst im Jahre 1828 Green und unabhängig davon Gauß eingeführt hat, macht er freien Gebrauch.

Die analytischen Ausdrücke für verschiedene Verteilungen waren häufig behandelt worden, und die Gleichung von Laplace oder Poisson war wohlbekannt. Kelvin begnügte sich mit dieser nicht, sondern suchte nach klaren geometrischen Bildern im Verein mit leicht zu fassenden Namen. Dies alles gilt allerdings für jede Vektorverteilung, mag sie nun magnetisch, elektrisch oder sonstwie sein, und bleibt meiner Ansicht nach bei der Darlegung dieser Grundbegriffe von großem Vorteil. Im Jahre 1850 benutzte Kelvin kartesische Koordinaten, und er wollte niemals das Werkzeug aufgeben, das ihm in seiner Jugend so gute Dienste geleistet hatte. Wir müssen heute die Tatsache zugeben, daß die Vektoranalysis das Feld erobert hat, auch auf dem Kontinent. Allerdings mag es dem Anfänger auffallend und verwirrend erscheinen, daß nahezu jeder einzelne Lehrer, der etwas auf sich hält, es für notwendig erachtet, seine eigene Anpassung der ursprünglichen Quaternionen und seine besondere Nomenklatur und seine besonderen Symbole zu benutzen.

Ganz losgelöst von der analytischen Darstellungsweise behalten Kelvins Bilder ihren Wert. Jede Verteilung kann als komplex-solenoidal bezeichnet werden. Eine einfach solenoidale Verteilung besitzt weder Quellen noch Senken, oder, in vektorieller Ausdrucksweise, ihre *div* (Divergenz) verschwindet überall. Sie muß den hydrodynamischen Bedingungen der Kontinuität im Raume und an den Grenzen genügen. Eine einfach lamellare Verteilung hingegen hat ein Potential, aus dem sich der Vektor ableitet, und die Vektorlinien haben ein System orthogonaler Flächen. In der Hydrodynamik entspricht dies dem Fehlen von Wirbeln; das heißt die *rot* (Rotation) verschwindet überall. In einem komplex-lamellaren Felde treten die orthogonalen Flächen zwar auch noch auf, aber sie sind keine Äquipotentialflächen mehr.

Kehren wir zum Magnetismus im besonderen zurück! Bekanntlich werden diese drei Verteilungsarten durch drei Vektoren, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{J}$, vertreten. Faraday mit seiner wunderbar intuitiven Denkweise stellte sich die Induktion $\mathfrak{B}$ als wesentlich solenoidal vor. Der Vektor $\mathfrak{H}$ dagegen ist lamellar, außer im Innern stromführender Leiter. Die induzierte Magnetisierung $\mathfrak{J}$ hat im allgemeinen, wie sich zeigen läßt, nur eine bloß komplex-lamellare Verteilung, während sie nach Ansicht Poissons sowohl lamellar als auch solenoidal sein mußte. Am 21. Dezember 1887 schrieb mir Lord Kelvin: „Was das Magnetisierungs-Potential betrifft, so glaube ich, daß dieses Wort unglücklich gewählt ist, weil die Magnetisierung in praktischen Fällen das Potentialgesetz nicht erfüllt." In der Mehrzahl der Fälle bleibt sie indessen solenoidal. Erst in allerjüngster Zeit habe ich eine scheinbare Abweichung von dieser Regel in den Polschuhen meines Halbringelektromagnets gefunden, die für eine Leistung von 50 Kilogauß gedacht sind; sie liefern aber in Wirklichkeit 55 Kilogauß, und diese höchst willkommene Zugabe zu dem berechneten Werte läßt sich durch andere Ursachen als durch

Quellen und Senken im Innern des Stahlgusses kaum erklären; dieser Effekt würde das bilden, was ich als „Übersättigung" bezeichnet habe. Die etwas schwer faßliche Theorie der Vektorverteilung führt somit zu einem sehr greifbaren und nützlichen praktischen Ergebnis.

Die Versuche Ampères betrachtete Kelvin als die Grundlage und seine Schlüsse als die Elemente der mathematischen Theorie des Elektromagnetismus. Er bearbeitete ausführlich die Eigenschaften von linearen Strömen, Stromblättern und stromführenden Leitern und erörterte die Äquivalenz zwischen geschlossenen Stromkreisen und magnetischen Schalen. Tatsächlich ist erwiesen, daß die elektromagnetische Wirkung eines unendlich kleinen ebenen geschlossenen Stromkreises dieselbe ist wie die eines zu dieser Ebene senkrechten unendlich kleinen Magnets. Daher rührt Ampères bekannte Hypothese der ewigen Molekularströme zur Erklärung des Magnetismus. Deren physikalische Realität gab Kelvin jedoch nicht zu, sicherlich nicht in ihrer ursprünglichen Gestalt. Er erachtet es nämlich für durchaus unmöglich, sich die physikalische Existenz solcher um die Moleküle verlaufenden Ströme vorzustellen. In einer im Juli 1899 erschienenen Notiz wurden gewisse Spekulationen über Magnetismus und molekulare Drehung aufgestellt, die diesen Gegenstand betreffen. Außerdem hatte bereits W. Weber gezeigt, daß rotierende elektrische Teilchen die Stelle der Ströme einnehmen können, und die Professoren Richarz und Chattock haben vor längerer Zeit diesen Gedanken für rotierende Ionenladungen oder, wie man heute sagen würde, Elektronen ausgearbeitet.

Niemand bezweifelt die Erklärung des Magnetismus durch bereits vorhandene Elementarmagnete, die gerichtet werden können. Die schöne Theorie von Sir A. Ewing ist zu bekannt, um weiterer Erläuterung zu bedürfen. Der Kürze halber wollen wir unsere Elemente „Magneküle" nennen; in dieser Bezeichnung soll keine nähere Annahme über ihren letzten Elektromechanismus oder ihre chemische Struktur liegen. Kelvin hat nun immer geglaubt, die Theorie des Magnetismus müsse wesentlich kinetisch sein. So oft ich die Modelle von Sir A. Ewing bewunderte, fiel es mir stets auf, daß die zweidimensionale Schwingung seiner kleinen Nadeln so schnell zur Ruhe kommt. Das ist bei den wirklichen Magnekülen im Raume nicht der Fall; ihre Bewegung verdient ein eingehenderes Studium. Ich habe daher vor ungefähr zehn Jahren ihre dreidimensionale Dynamik ausgearbeitet. Damit konnte ich den Diamagnetismus erklären und tatsächlich Diamagnete von mehr als hinreichender Stärke darstellen; mit ihrer Hilfe scheint man tatsächlich negative Permeabilität und Selbstinduktion erreichen zu können, obschon natürlich dieser Fall in der Natur niemals vorkommt. Für den Paramagnetismus ergibt sich Curies Regel aus einfachen „magnetokinetischen" Betrachtungen, und durch die Anwendung des Maxwell-Boltzmannschen Gesetzes in Verbindung mit der Frage nach der kinetischen Stabilität glaube ich, eine Förderung des Verständnisses für die Hysterese und den Ferromagnetismus angebahnt zu haben, deren Grundzug die intermagnekulare Wirkung bleibt.

Kelvin behandelte mehrere umgekehrte Probleme, bei denen dann verlangt wird, für ein gegebenes Feld Verteilungen der Magnetisierung oder der elektrischen Ströme zu finden, durch die es erzeugt werden kann. Diese Theorie wurde alsbald angewandt, um ein System von Erdströmen zu finden, die das Erdmagnetfeld und dessen beobachtete Änderungen ganz oder teilweise zu erzeugen vermögen. Der Einfluß atmosphärischer oder äußerer Magnetismusquellen sowie eines ferromagnetischen Erdkernes sind dabei ausdrücklich ausgeschlossen, obschon es heutzutage ziemlich wahrscheinlich scheint, daß diese mit den tatsächlichen Erscheinungen mehr oder weniger zu tun haben. In seiner Ansprache an die Royal Society in seiner Eigenschaft als Vorsitzender (am 30. November 1892) betrachtet Kelvin eine unmittelbare magnetische Wirkung der Sonne als „nicht absolut undenkbar", aber sie müßte ein Magnet von einer Stärke sein, die das 12000fache der mittleren Stärke des Erdmagnets wäre. Diese Bemerkung scheint mir sehr wichtig zu sein im Hinblick auf die Sonnenfelder von 3 bis 4 Kilogauß, d. h. vom 20000fachen Betrage des mittleren horizontalen Erdfeldes, die Professor Hale nach seiner Zeemaneffekt-Methode kürzlich gefunden hat.

In seiner mathematischen Theorie der Induktion hatte Poisson die Möglichkeit magnetokristallischer Wirkungen nicht übersehen. Nachdem diese dann von Plücker und Faraday entdeckt worden waren, ging Kelvin daran, eine vollständige Theorie auf rein experimenteller Grundlage aufzubauen. Er geht von zwei „Gesetzen der magnetischen Induktion" aus: 1. Ein gegebener Körper wird in einer Weise magnetisiert, die nur von dem Felde abhängt, das man von ihm einnehmen läßt; die Hysterese ist dabei ausgeschlossen. 2. Die Verteilung des induzierten Magnetismus ist die Resultante aller verschiedenen Teilverteilungen.

Dieses Prinzip behauptet die gegenseitige

Unabhängigkeit übereinandergelagerter Verteilungen und schließt damit die Proportionalität zwischen $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{H}$ ein. Dann wird das Verhalten von Kugeln im Felde betrachtet. Es wird bemerkt, daß die Richtung von $\mathfrak{J}$ im allgemeinen nicht dieselbe sein kann wie die Feldrichtung; dadurch wird das Gleichgewicht der Kugel, mit Ausnahme einzelner besonderer Stellungen, verhindert. Von diesem Gedanken gehen die meisten späteren magnetokristallischen Methoden aus. Poisson hatte bereits die allgemeine Beziehung zwischen $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{H}$ abgeleitet; das ist eines der ersten Beispiele der zahlreichen linearen Vektorfunktionen, wie wir sie heute nennen. Kelvin führte die neun Koeffizienten mit Hilfe des Prinzips von der Erhaltung der Energie auf sechs zurück, darauf durch passende Wahl seiner drei rechtwinkligen Achsen gegenüber dem Kristall auf drei. Diese nannte er später die „Hauptsuszeptibilitäten" und führte damit diesen überaus nützlichen Ausdruck ein. Für einachsige Kristalle reduzieren sie sich auf zwei und für gewöhnliche reguläre Kristalle oder isotrope Substanzen auf einen.

Die Theorie stand von Anfang an allgemein in Einklang mit bekannten Tatsachen. Stenger und Prof. W. König stellten sorgfältige Versuche mit Quarz- und Kalkspatkugeln an, welche die mathematischen Rechnungen Kelvins vollauf bestätigten. Die Beobachtungen ergaben, daß die Unterschiede zwischen den Hauptsuszeptibilitäten von der Größenordnung von 10 v. H. waren, beim Wismut etwa um 30 v. H. herum. Herr Professor Morris Owen hat kürzlich, als er in meinem Laboratorium arbeitete, gefunden, daß diamagnetischer Graphit von Ceylon eine Hauptsuszeptibilität längs der Achse hat, deren numerischer Wert fünfmal so groß ist wie in Richtungen senkrecht dazu. Wir können also sagen, daß er eine „magnetische Ebene" mit geringstem Diamagnetismus besitzt.

Kelvin schließt von seiner Theorie Stahl, weiches Eisen, Nickel und „die Substanzen, aus denen Natur-Magnete bestehen", ausdrücklich aus. Er wußte auch wohl, was er tat, als er Faraday in einem vom 24. Juli 1849 datierten Briefe aufforderte, Versuche mit Magneteisenerz zu machen. Die Untersuchungen von Professor Weiß über natürliche reguläre Magnetitkristalle haben erwiesen, daß sich diese Substanz äolotropisch verhält, etwa wie sich reguläre Kristalle bekanntermaßen hinsichtlich ihrer elastischen Eigenschaften verhalten. Kelvins Theorie wurde für derartige Fälle von Professor Voigt und anderen mehr oder weniger abgeändert; ihr Charakterzug physikalischer Einfachheit litt aber dabei etwas Schaden. Einachsige ferromagnetische Kristalle sind auch untersucht worden, z. B. Hämatit, Ilmenit, Pyrrhotin; sie haben alle eine sogenannte „magnetische Ebene", deren interessante Eigenschaften Professor Weiß für das letztgenannte Mineral bekanntlich ausführlich untersucht hat.

Als Kelvin um das Jahr 1850 diese Arbeiten in Angriff nahm, begann man die magnetische Sättigung erst auf Grund gewisser Versuche von Gartenhauser, J. Müller und Joule zu ahnen. Sogar viel später noch (1872) war die einzige absolute Messung der Suszeptibilität, die ausgeführt worden war, die von Thalén für Eisen, die 45 ergab oder 566 für die Permeabilität, und es wurde die Hoffnung zum Ausdruck gebracht, daß bald irgendein Forscher den Gegenstand aufnehmen möchte. Das ist entschieden mit großem Eifer geschehen. Infolgedessen ist das Material heute überwältigend groß, und man kann wohl sagen, daß es ein neues Kapitel bildet, nämlich das von den magnetischen Eigenschaften der Materie, mit anderen Worten die Magnetochemie, ein Kapitel, in dem in jüngster Zeit, hauptsächlich auf dem Kontinent, große Fortschritte gemacht worden sind. Schon im Jahre 1900 war dieser Gegenstand genügend weit vorgeschritten, daß ich darüber auf dem Ersten Internationalen Kongreß für Physik zu Paris berichten konnte. Ich verweilte damals bei den ferromagnetischen Eigenschaften der vier Metalle *Mn, Fe, Co, Ni* im Anfangs-, Mittel- und Endstadium, sowie bei dem Einflusse der Temperatur unterhalb und oberhalb des Umwandlungspunktes; ich erörterte ausführlich Amalgame, Legierungen und — natürliche oder künstliche — Verbindungen, soweit sie damals bekannt waren. Einige von ihnen bilden einen kontinuierlichen Übergang zur paramagnetischen Gruppe, die ich danach beschrieb. Ich schlug die Namen „Curiesches Gesetz" und „Curiesche Konstante" im Hinblick auf die thermomagnetischen Untersuchungen dieses zu früh dahingeschiedenen Forschers vor, und diese Bezeichnungen haben seither allgemein Annahme gefunden. In der diamagnetischen Gruppe faßte ich die Daten für anorganische und organische Substanzen und für Kristalle zusammen. Schließlich erwähnte ich meine Versuche über gewisse Protozoen — Rotatorien, Infusorien u. dgl. —, die in einem feuchten Raume einem Felde von 50 Kilogauß ausgesetzt wurden. Mit dieser „mikromagnetischen" Apparatur wurde nicht der geringste Einfluß auf ihre Bewegungen beobachtet; das Fehlen eines wahrnehmbaren magnetischen

Sinnes ist, wie Kelvin es einmal ausdrückte, ein Wunder.

Diamagnetische und paramagnetische Substanzen sind heutzutage hinlänglich genauer Messung zugänglich, und der schädliche Einfluß irgendwelcher Beimischungen von Eisenverbindungen im Betrage von einigen Millionteln lassen sich in hinreichend starken Feldern genügend eliminieren. Es ist interessant, daß Kelvin eine gute Methode für derartige Arbeiten auf der Tagung der British Association im Jahre 1890 vorschlug. In meinem Laboratorium haben seither die Herren Kōtarō Honda und Morris Owen die Elemente innerhalb eines Temperaturbereiches von -200^0 bis $+1300^0$ untersucht. Es liegt kein Anzeichen vor, daß zu der Annahme einer Änderung ihrer wahren spezifischen Suszeptibilität mit der Feldstärke berechtigte; deren Wert bewegt sich bei gewöhnlicher Temperatur von -15 (dem Maximum beim Graphit, gleich dem Zehnfachen des Wertes für Wismut) bis $+100$ Milliontel für Sauerstoff. Trägt man diese Werte als Funktion des Atomgewichtes auf, so ergibt sich eine mehr oder minder periodische Kurve. Der Zusammenhang mit der Allotropie ist sehr auffallend. Ein Element — nämlich Zinn — kann in einer diamagnetischen Varietät (als graues Zinn) ebensowohl existieren wie in der gewöhnlichen paramagnetischen weißen Form. Umwandlungstemperaturen oder Schmelzpunkte entsprechen häufig Unstetigkeiten in der diamagnetischen Suszeptibilität. Sonst zeigt der Einfluß der Temperatur viele Formen; acht diamagnetische Elemente bleiben überhaupt unverändert. Das ist indessen keineswegs eine allgemeine Eigenschaft, wie jüngst von mehreren französischen Forschern zu Unrecht angenommen worden ist.

Im Jahre 1899 war ich in der Lage zu finden, daß die Verbindungen der sogenannten seltenen Erden stark paramagnetisch sind — stärker als die der Eisenreihe —, und daß diese Eigenschaft eine quantitative Prüfung zuließ, ein Verfahren, das jetzt von Professor Urbain bei seinen chemischen Untersuchungen über diese interessanten Substanzen angewandt wird.

Die Metalle Cer, Praseodym, Neodym und Erbium sind kürzlich untersucht worden; ihre spezifische Suszeptibilität ist ein Bruchteil von jener des Sauerstoffs und ist, ebenso wie diese, in einem mehr oder minder ausgedehnten Bereiche angenähert umgekehrt proportional der absoluten Temperatur, genügt somit roh dem Curieschen Gesetz, das, wie man auch bereits lange wußte, für viele paramagnetische Salze, und zwar für trockene wie für solche in Lösung, gilt und wesentlich ein „Grenzgesetz" ist, als welches ich es von Anfang an betrachtet und bezeichnet habe.

Was die ferromagnetische Materie betrifft, so ist es unmöglich, zwischen ihr und den paramagnetischen Substanzen eine scharfe Trennungslinie zu ziehen. Im großen ganzen können wir indessen sagen, daß sie Sättigung und Hysterese aufweist; sie hat eine Umwandlungstemperatur und zeigt in vielen Fällen den magnetooptischen Kerreffekt in meßbarem Grade. Was wir über Eisen in seinen verschiedenen Zuständen und Legierungen sowie auch über Nickel und Kobalt wissen, ist ungeheuer viel, und das meiste davon ist in diesem Kreise so bekannt, daß es nutzlos erscheint, dabei zu verweilen. Es ist vielleicht interessanter und wahrscheinlich im Hinblick auf die Theorie des Magnetismus wichtiger, etwas über mehrere weniger bekannte Substanzen der ferromagnetischen Gruppe zu sagen. Diese erstreckt sich heutzutage weit über die drei Metalle hinaus, deren merkwürdig einzigartiges magnetisches Verhalten Kelvin in diesem Kreise (am 9. Januar 1890) nachdrücklich betont hat. Die Umwandlungstemperaturen sind in Klammern hinzugefügt; neben den bereits erwähnten, regelmäßig kristallisierten Körpern Magnetit [555^0], Hämatit, Ilmenit, Pyrrhotin [345^0] sind es Chromit, Almandin, Augit, Franklinit [61^0] und einige andere derbe Mineralien, die von den Mineralogen als „attraktorisch" bezeichnet werden.

Das interessanteste Metall ist jedoch das Mangan. Gewisse Varietäten des Metalles selbst zeigen, wie wiederholt gefunden worden ist, Ferromagnetismus und verlieren ihn bei ungefähr 450^0. Es ist noch einigermaßen zweifelhaft, ob dies der Gegenwart von Oxyden, Hydriden oder dergleichen zuzuschreiben ist; vielleicht kommt in diesen Varietäten auch eine dreiwertige allotrope Modifikation vor.

In allerjüngster Zeit haben Dr. Hilpert und Dr. Dieckmann folgende Reihe ferromagnetischer Verbindungen des Mangans mit Elementen der fünften Gruppe beschrieben:

Phosphid, MnP [$18 \div 25^0$],
Arsenid, $MnAs$ [$45^0 \div 50^0$],
Antimonid, $MnSb$ [$310 \div 320^0$],
Bismuthid, $MnBi$ [$360 \div 380^0$].

Weitere ferromagnetische Verbindungen des Mangans mit Metalloiden sind besonders von Professor Wedekind untersucht worden, so z. B. das Monoborid, MnB [450^0], das Sulfid, das Selenid, das Tellurid und Nitride. Zinn und Mangan verbinden sich zu Mn_4Sn, dessen Ferromagnetismus im Hinblick auf das bekannte Heuslersche Metall von Interesse ist. Es würde uns aber zu weit führen, wenn wir hier irgend etwas anderes betrachten wollten

als scharf definierte Verbindungen, insbesondere dürften solche ternäre Verbindungen einen recht komplizierten Bau aufweisen.

Wenn man den Magnetit Fe_3O_4 als ein Ferroferrit $FeO . Fe_2O_3$ ansieht, so entsteht die Frage, wie sich „Metaferrite" anderer Metalle verhalten können, in denen Ferrioxyd den sauren Teil darstellt. Dr. Hilpert hat systematisch solche Verbindungen hergestellt und Kupriferrit [418°], Kobaltoferrit [520°], künstliches Ferroferrit [525°] stark ferromagnetisch gefunden. Ferrite von Zink, Kalzium [156°] und Baryum besitzen diese Eigenschaft gleichfalls in geringerem Grade. Das Karbid, Phosphid und Borid des Eisens scheinen ferromagnetisch zu sein; ebenso die Amalgame von Eisen und Kobalt, die Herr Professor Nagaoka in meinem Laboratorium eingehend untersucht hat. Dort haben wir auch viele der oben erwähnten Umwandlungspunkte neu bestimmt. Den Kerreffekt haben die Herren Loria und Martin für die meisten dieser Verbindungen untersucht; er zeigt im allgemeinen eine charakteristische Dispersion, oft auch eine Drehung in entgegengesetztem Sinne für Licht verschiedener Farbe. Von magnetooptisch aktiven Substanzen sind kristallisiertes oder amorphes Fe_3O_4 (+), $CuO . Fe_2O_3$ (+), Fe_3C (—), Fe_7S_8 (+), d. h. in Richtung der Achse leichtester Magnetisierung drehend, auch $MnSb$ (—), $MnBi$ (+), Mn_4Sn (—), wo sich die Vorzeichen auf den Drehungssinn beziehen. Dagegen zeigen die Heuslerschen magnetischen Legierungen keinen Kerreffekt, während unmagnetische Nickelstahlsorten und Manganstahl einen solchen zeigen, wie ich im Jahre 1889 dargetan habe, als ich zuerst auf letzteren die Methode der Säureätzung anwandte, die heute in der Metallographie so vielfach benutzt wird.

Lord Kelvin hat wiederholt seine Ansicht dahin zum Ausdruck gebracht, daß die meisten Eigenschaften der Materie, wenn nicht alle, durch den Magnetismus beeinflußt werden, zum mindesten bei stark ferromagnetischen Substanzen. Er verwandte viel Arbeit auf die Untersuchung solcher Effekte. Viele Gedanken und viele schlaflose Stunden widmete er auch dem von Faraday entdeckten ersten magnetooptischen Effekt sowie den von Kerr und von Kundt gefundenen. Im Jahre 1856 äußerte er die Vermutung, daß das natürliche nichtmagnetische Drehungsvermögen, das Zucker, Terpentin, Quarz u. a. m. zeigen, auf einer rechts- oder linkshändigen Symmetrie im konstituierenden Moleküle beruht. Dieser Gedankengang wurde von Pasteur erweitert und führte so zum asymmetrischen Kohlenstoffatom van't Hoffs und Le Bels und indirekt zur Stereochemie. Kelvin pflegte aber den grundlegenden Unterschied zwischen diesem Effekt und der magnetischen Drehung von wesentlich dipolarer Natur zu betonen. Diese Diskussion führte ihn merkwürdig nahe an Betrachtungen, die uns heutzutage im Zusammenhange mit der Entdeckung des Einflusses des Magnetismus auf die Emissionslinien und die Absorptionsspektren metallischer Dämpfe durch Professor Zeeman und mit der Begründung der Elektronentheorie durch Professor Lorentz wohlvertraut sind. Kürzlich habe ich in Gemeinschaft mit Herrn Dr. Elias dargetan, daß Verbindungen der Hauptfolgen paramagnetischer Elemente starke selektive Absorptionslinien aufweisen, für deren Mehrzahl der Zeemaneffekt ein sehr ausgeprägter Grundzug ist, wenn sie bei der Temperatur der flüssigen Luft starken Feldern ausgesetzt werden. Natürlicher oder künstlicher Rubin — der seine schöne Farbe Chromoxyd verdankt — ist das auffallendste Beispiel eines Kristalls, der einen starken Zeemaneffekt an zwei roten Fluoreszenz- oder Absorptionslinien aufweist. Salze der seltenen Erden sind ebenfalls in dieser Hinsicht sehr interessant; einige der natürlichen Mineralien, in denen solche Erden enthalten sind, hat Herr Jean Becquerel untersucht. Der Faradayeffekt zeigt gewaltige Anomalien in der Nähe der Absorptionsbanden, und in gewissen Fällen wurde auch eine transversale Doppelbrechung gefunden.

IV.

Der Bau elektromagnetischer Maschinen nahm Lord Kelvins Aufmerksamkeit fortgesetzt in Anspruch. Im Jahre 1872 veröffentlichte er eine Arbeit über den dynamischen Wert von Elektromagneten („The Dynamical Value of Electromagnets"); in dieser Arbeit finden wir die bekannte $\mathfrak{B}^2/8\pi$-Formel für die elektromagnetische Spannung. Diesen Ausdruck empfiehlt er als sehr nützlich für die Theorie derartiger Maschinen. Zwar hat Clerk Maxwell dieses Problem ausführlicher behandelt, aber die vorstehende Formel ist für praktische Zwecke ausreichend. Professor Taylor Jones, der im Jahre 1895 mit mir zusammen gearbeitet hat, hat sie nach zwei Versuchsmethoden innerhalb weiter Grenzen bestätigt. Das stärkste Feld, das wir in Luft gemessen haben, betrug ungefähr 75 Kilogauß, eine Größe, die sich heute leicht steigern lassen würde. Das entspricht einem Zuge von 225 kg-Gewicht pro qcm oder erheblich mehr als der Zugfestigkeit des Bleies. Diese gewaltigen Spannungen machten auf Kelvin stets einen großen Eindruck, und er gab seiner Verwunderung über sie auf einer

Versammlung dieser Gesellschaft Ausdruck. Er erwähnt ihrer auch in einer Arbeit „Über die Aufgaben des Äthers für die Elektrizität und den Magnetismus" („On the Duties of Ether for Electricity and Magnetism") (1900) und kommt zu dem Schlusse, daß wir die Zuständigkeit des Äthers für die Übertragung der magnetischen Kraft nicht wegen mangelnder Festigkeit anzuzweifeln brauchen. Die früher von mir konstruierte magnetische Wage beruht ganz und gar auf der Gültigkeit der Spannungsformel, und ihre Skala ist demzufolge quadratisch geteilt. In ihrer neuzeitlichen Gestalt hat sie bei mehreren der erwähnten Untersuchungen über die magnetischen Eigenschaften der Materie Anwendung gefunden sowie auch bei Materialprüfungen in der Praxis gebräuchlicher ferromagnetischer Substanzen.

Eine Notiz über den induzierten Magnetismus in einer Platte (1845) enthält die Theorie magnetischer Bilder durch multiple Reflexion an einer ebenen Platte. Hier wird gezeigt, daß man eine unendliche Reihe von Bildern zu betrachten hat, die in geometrischer Progression an Stärke abnehmen. Kürzlich hat Herr Professor Weiß dieses Prinzip bei seiner Verbesserung der wichtigen Isthmusmethode Sir A. Ewings angewandt. Kelvin veröffentlichte im Jahre 1891 eine Arbeit über elektrische und magnetische Schirmwirkung, in welcher er fünf Arten unterschied, darunter Schirmwirkungen gegen veränderliche elektromotorische und magnetomotorische Kräfte. Was magnetostatische Schirmwirkungen anlangt, so ist bekannt, daß er seit 1858 seine Marinegalvanometer mit Hilfe eines Zylinders aus dickem Eisenblech schützte. Im Jahre 1897 arbeitete ich die Theorie sphärischer und zylindrischer zwei- und dreischaliger Panzer aus unter gehöriger Berücksichtigung der Gewichtsökonomie. Ich revidierte die Theorie einfacher Schalen und prüfte sie experimentell im Hinblick auf Schutzwirkung nach innen und nach außen und auf die Bestimmung der anfänglichen Permeabilität. Ich untersuchte auch Loch- und Nutenanker und dergleichen bezüglich der auf die eingebetteten Kupferleiter ausgeübten Zugkräfte und die induzierte EMK.

Danach konnte an den Bau von Panzergalvanometern mit mehrschaligen Eisenpanzern herangegangen werden. Gemeinsam mit Herrn Professor Rubens brachte ich ein solches Instrument mit zwei sphärischen und einer zylindrischen Stahlgußhülle heraus, das heutzutage im Kampfe gegen vagabundierende Ströme vielfach angewandt wird. Es verringert die Störungen auf weniger als $^1/_{1000}$ oder $^1/_{2000}$. In manchen Städten reicht dies nicht aus, und ich strebe deshalb ein Schutzverhältnis von $^1/_{10000}$ an, das sich durch Verwendung von 4 oder 5 Panzern oder, noch besser, durch Erhöhung der Anfangspermeabilität erreichen läßt. Leider kommen die Metallurgen dem Verlangen nach einem guten Material mit etwa $\mu_0 = 500$ oder darüber für derartige harmlose galvanische „Dreadnoughts" weit langsamer nach als dem Verlangen nach einem kräftigen Material für die Panzerung ihrer weniger friedlichen Namensvettern von 50000 Tonnen. In jeder anderen Hinsicht sind diese Instrumente hauptsächlich nach den Richtlinien gebaut, die Kelvin für die Konstruktion von Galvanometern gegeben hat.

Dem Gedanken hydrokinetischer Analogien in der Lehre vom Magnetismus hat zuerst Euler im Jahre 1761 in seinen „Lettres à une princesse d'Allemagne" Ausdruck gegeben. Diesen Gedanken hat Kelvin sehr gründlich ausgearbeitet. Zu wiederholten Malen hat er sich über die vollständige formale Ähnlichkeit zwischen den mathematischen Theorien der magnetischen Induktion, der dielektrischen Polarisation und der Fourierschen Theorie der Wärmeleitung auf der einen Seite und der Theorie gewisser hydrokinetischer Vorgänge auf der anderen Seite gründlich ausgelassen. Auch die Diffusion in Lösungen und die elektrische Leitung können noch hinzugefügt werden. Es wurde ein poröser fester Körper von feinkörnigem Gefüge angenommen, durch den eine inkompressible reibungslose Flüssigkeit hindurchfiltriert. Das Verhältnis der Strömung zur kinetischen Energie pro Volumeneinheit wird als hydrokinetische Permeabilität bezeichnet, und dieser Ausdruck läßt sich dann verallgemeinern.

Im Jahre 1872 wurde das allgemeine Problem der magnetischen Induktion einer exakten mathematischen Behandlung unterzogen, und zwar unter gebührender Berücksichtigung jener Analogien. Ich habe mich immer bemüht, auf die grundlegende Bedeutung dieser Untersuchung für die moderne Theorie des magnetischen Kreises Nachdruck zu legen. In der Tat bedurfte es nur einer richtigen Deutung mathematischer Ergebnisse, um diese ohne weiteres auf praktische Probleme anzuwenden. Meine theoretische Untersuchung des typischen Sonderproblems, nämlich des radial geteilten Toroides bzw. des geschlitzten Ringes, wurde durch die Versuche von H. Lehmann aus dem Jahre 1893 zur Genüge bestätigt. Sie zeigte, daß die althergebrachten Potentialmethoden zu demselben Ergebnis führen wie jene Methoden, bei denen die Induktion eine wichtige

Rolle spielt; es besteht in Wirklichkeit keine wesentliche Unstimmigkeit zwischen den beiden Arten, solche Fragen zu betrachten. Daß bei der Einführung dieser überaus wichtigen Begriffe in das Gebiet der Ingenieurwissenschaften John Hopkinson eine hervorragende Rolle gespielt hat, braucht in diesem Kreise nicht erst erwähnt zu werden. Sein Andenken wird dadurch ebenso geehrt wie das Lord Kelvins.

Die auf die elementaren Versuche von Faraday und von Lenz gegründete Theorie der elektromagnetischen Induktion hatte Franz Neumann einer mathematischen Analyse unterzogen, und es wurde ein Satz bewiesen, der die für den induzierten Strom bestimmenden Umstände vollkommen zum Ausdruck bringt. Im Jahre 1848 schien es Kelvin, daß sich ein sehr einfacher Beweis a priori auf die „Äquivalenz der mechanischen Effekte" gründen ließe, d. h. auf das Prinzip von der Erhaltung der Energie, und er leitete demgemäß aus diesem Prinzip die Neumannsche Gleichung ab, ohne zu ahnen, daß ihm ein Jahr früher Helmholtz zuvorgekommen war. Mit dem berühmten deutschen Physiker — der einer seiner besten Freunde wurde — traf er erst im Jahre 1855 zusammen und machte erst dann „seine Bekanntschaft, auf die er begierig gewesen war, seit er zum ersten Male die ‚Erhaltung der Kraft' in Händen gehalten hatte".

In dieser klassischen Arbeit hatte Helmholtz als Vermutung ausgesprochen, daß die Entladung einer Batterie nicht immer eine einfache Bewegung von Elektrizität in einer Richtung sei, sondern eine Bewegung, die zwischen den Belegungen in hin und her gehenden Schwingungen verläuft, die fortgesetzt kleiner werden, bis die ganze lebendige Kraft vergeudet ist. Die Versuche von Rieß und Feddersen über die Magnetisierung von Stahlnadeln durch Entladungen sowie das Entstehen mehrfacher Lichtblitze waren nach Kelvins Ansicht durch ihren oszillatorischen Charakter zu erklären. Aus seiner Analyse war hervorgegangen, daß dieser eintreten muß, wenn der Widerstand kleiner ist als die doppelte Quadratwurzel des Quotienten aus der elektrodynamischen und der elektrostatischen Kapazität; den Zähler würden wir selbstverständlich heute „Selbstinduktion" nennen. Diese wenigen zusammenfassenden Seiten enthalten somit schon die Entwicklungsmöglichkeiten für die elektromagnetische Lichttheorie, für die Hertzschen Wellen und für die Telegraphie ohne Draht.

Gelegentliche Arbeiten über Elektrisierung und Entelektrisierung der Luft durch Flammen, Durchperlen durch Flüssigkeiten oder Berührung mit elektrisiertem Dampf legen Zeugnis ab für das Interesse, das Kelvin solchen Fragen wie der Ionisation entgegenbrachte. Die Entdeckungen Röntgens, Henri Becquerels und des Ehepaars Curie machten tiefen Eindruck auf ihn und gaben im letzten Jahrzehnt seines Lebens Anlaß zu einer Reihe von Bemerkungen über Radioaktivität und Elektrionen, wie er sie zu nennen pflegte; diese Arbeiten sind im letzten Bande seiner Schriften gesammelt.

Im Glasgower Laboratorium war ein ausgespannter Draht in einem Magnetfelde eine beliebte Anordnung zur Messung der Feldstärke oder der Stromstärke, wobei dann die eine dieser Größen als Funktion der anderen ausgedrückt wurde. Die Funktion der beiden Saiten in dem magnetischen Kurvenzeichner von Sir Alfred Ewing ist bekannt. Das Instrument zur Messung der Feldstärke von Professor Cotton und das Saitengalvanometer von Professor Einthoven stellen die jüngsten Entwicklungsstufen dieses Gedankens dar.

Dasselbe Prinzip findet sich in veränderter Gestalt im Heberschreiber oder Siphonrekorder aus dem Jahre 1870 angewandt, der das erste Drehspulinstrument darstellt. Unzweifelhaft ist er geradesogut ein „Thomson-Galvanometer" wie das frühere Spiegelgalvanometer vom Jahre 1858 mit seinem Magnethohlspiegel mit geringem Trägheitsmoment, seinen Richtmagneten und seiner Dämpfungsvorrichtung.

Die elektrische Ausstellung in Paris im Jahre 1881 und die zwei Jahre später folgende in Wien sind Meilensteine, die eine Periode gewaltiger Betätigung für die Anpassung des Starkstroms an die Alltagsbedürfnisse der Menschheit bezeichnen.

So komme ich nun schließlich zu den allgemeinen Anwendungen der Elektrizität in Haus und Stadt, und überall in der Industrie, denen Kelvin gleichfalls den Stempel seiner Persönlichkeit aufgedrückt hat, von der elektrischen Eisenbahn in Portrush angefangen bis zum Niagaraprojekt. Ich könnte auch sein bekanntes elektrisch-ökonomisches Gesetz über den Querschnitt des Kupfers in Leitungen für große Entfernungen erwähnen, doch muß ich die würdige Behandlung dieser technischen Gegenstände einem kompetenteren Gedächtnisredner überlassen.

Ich habe in den achtziger Jahren den großen Vorzug gehabt, während jener betriebsreichen Zeit, die so ganz verschieden war von der heutigen, wo das Streben der Studierenden unter modern organisierter Lehr- und Forschertätigkeit zielbewußt geleitet wird, in Kelvins

Laboratorium beschäftigt zu sein. Aber keiner von uns, die wir damals seine Schüler gewesen sind, hätte im späteren Leben gewünscht, diese einzigartige Erfahrung zu vermissen, wenngleich es vielleicht nicht der kürzeste Weg zur Erwerbung von Kenntnissen und Diplomen gewesen sein mag.

Viele Studentengenerationen sind durch Kelvins Hörsaal gegangen. Das Laboratorium war kein „behaglicher Treffpunkt, wo man zusammenkam und allerlei besprach", aber seine Schüler empfanden dank täglicher Unterhaltung mit ihrem Meister tief seinen einzigartigen Einfluß und trugen zu seiner Verbreitung über verschiedene Weltteile bei. Neben den englischen und amerikanischen Physikern, die im Glasgower Laboratorium ihre Ausbildung empfangen haben, sind vermutlich die polnische und die japanische physikalische Schule am stärksten beeinflußt worden, die viele ihrer Leute auf die Universität Glasgow gesandt haben. Ihre Entfernung und der große Gegensatz zwischen ihrem halbjährlichen Kursus und dem der meisten Universitäten auf dem Kontinent zählen wahrscheinlich mit zu den Gründen, die einen größeren Zustrom von Studenten aus dem Auslande verhinderten.

In seiner ersten Ansprache als Vorsitzender kommt Kelvin zu dem Schlusse, daß „wir tatsächlich nichts von dem wissen, was unter der Oberfläche des großen Gebietes vor sich geht, welches das Betätigungsfeld der Institution of Electrical Engineers bildet". Wir können diesen Ausspruch aus dem Jahre 1889 nur mit Bedauern wiederholen.

(Nach vom Verfasser gekürzten Korrekturbogen von Proc. Inst. El. Eng. aus dem Englischen übersetzt von M. Iklé.)

(Eingegangen 15. Juli 1912.)

BESPRECHUNGEN.

Deutsche Südpolar-Expedition 1901—03. III. Bd. Meteorologie. I. Bd., 1. Hälfte: W. Meinardus, Meteorologische Ergebnisse der Winterstation des „Gauß" 1902—1903. Forts.; 2. Hälfte: Heft I. W. Meinardus und L. Mecking, Das Beobachtungsmaterial der Internationalen Meteorologischen Kooperation und seine Verwertung nebst Erläuterungen zum meteorologischen Atlas; L. Mecking, Die Luftdruckverhältnisse und ihre klimatischen Folgen in der atlantisch-pazifischen Zone südlich von 30° südl. Breite. M. 15.— IV. Bd. Meteorologie. II. Bd. Tabellen. Heft II. W. Meinardus, Meteorologische Ergebnisse der Kerguelenstation 1902—03. M. 26.—; I. Atlas. Meteorologie. Heft 1. W. Meinardus und L. Mecking. Mittlere Isobarenkarte der höheren südlichen Breiten von Oktober 1901 bis März 1904. M. 13.— Berlin, G. Reimer. 1911.

Im Gegensatz zu anderen gleichzeitigen Expeditionen hat die Deutsche Südpolarexpedition ihre magnetischen Beobachtungen von den Beobachtern selbst bearbeiten lassen, was bei der experimentellen Schwierigkeit magnetischer Messungen unbestreitbar das Beste ist. Bei den ungleich einfacheren und leichter in ihrer Güte von jedem anderen geschulten Fachmann zu beurteilenden meteorologischen Beobachtungen ist es gerade so unbestreitbar das Bessere, alles Material in einer Hand zu sammeln und dann nach größeren Gesichtspunkten zusammenfassend bearbeiten zu lassen. Dabei war von vornherein geplant, nicht nur das deutsche, sondern auch das Material der anderen Südpolarexpeditionen mit zu verwenden. Auch diese allein hätten noch nicht ausgereicht, es wurden vielmehr auch die Landbeobachtungen von Chile, Argentinien, Kapland, Australien und Neuseeland in das Programm aufgenommen und vor allem die Schiffsbeobachtungen deutscher, englischer, holländischer und nordamerikanischer Linien, die jene Meere befuhren. Mit den fünf Südpolarexpeditionen, der deutschen, englischen, schwedischen, schottischen und französischen und den Nebenstationen auf Kerguelen, den Laurieinseln und der argentinischen auf der Staateninsel war so ein Material von 600000 Einzelbeobachtungen zu verarbeiten. Wenn man bedenkt, wieviel allein an Reduktionsarbeit zu leisten ist, bis eine solche Fülle von Einzeldaten nur erst einmal homogen gemacht ist, so muß man die Dauerenergie bewundern, die hier wirksam gewesen ist. Der Träger dieser Energie war der zielbewußte Plan, mit dem an die Bewältigung der Arbeit herangegangen wurde. Er gipfelt in dem Atlas der mittleren Isobaren für die Antarktis, denn in den hier gezeichneten Kurvenscharen ist nicht nur der Gesamtinhalt jener Riesenzahl von Beobachtungen niedergelegt, sondern in eine Form gekleidet, welche die wirksamen klimatologisch-geographischen Gesetzmäßigkeiten jedem Fachmann zu weiterer Forschung klar vor Augen führt.

Die Beobachtungen erstrecken sich vom 1. Oktober 1901 bis 31. März 1904. Es wurden 913 tägliche Isobaren gezeichnet und zwar für den mittleren Greenwicher Mittag. Daraus werden 30 mittlere Monatskarten, 9 einzelne und 4 mittlere Vierteljahrskarten, 2 einzelne und eine mittlere Jahreskarte gezeichnet, umfassend das Gebiet zwischen 30 und 60° südlicher Breite. L. Mecking unterzieht das so verdichtete Ergebnis einer eingehenden Diskussion, die aber nicht nur bei den gefundenen zahlenmäßigen Gesetzlichkeiten stehen bleibt, sondern sie geophysikalisch verwertet. Besonders dem Gradienten des Luftdrucks wird viel Aufmerksamkeit gewidmet und zwar für seine beiden Komponenten getrennt, den meridionalen und den äquatoriellen Anteil. Der meridionale Gradient sinkt streng überall von Nord nach Süd, bei dem westöstlichen bringt das weit nach Süden reichende

amerikanische Festland einen sonst dort nirgends vorhandenen störenden Einfluß hervor. Die jahreszeitlichen Schwankungen des Luftdrucks verlaufen im großen Ozean anders als auf der atlantischen Seite. Es folgen dann jene schönen Untersuchungen über die Luftdruckverteilung im ganzen, die in enge ursächliche Verbindung mit der bekannten Kontinentalverteilung gebracht werden und aus welchem Zusammenhang dann umgekehrt Schlüsse auf die Anordnung der Festlandmassen um den Südpol für Gegenden gezogen werden, die noch nicht geographisch erschlossen sind. Nächst dem Luftdruck werden besonders eingehend noch die Windverhältnisse besprochen, vornehmlich an Hand der Südpolarstationen selbst, wobei auch die deutsche Station von 1881/82 auf Südgeorgien mit verwertet wird.

Von dem Ergebnisse der Winterstation des „Gauß" liegt dem Referenten der zweite Teil vor (über den ersten vgl. diese Zeitschr. 13, 46—48, 1912). Er beginnt mit der Bewölkung, bringt weiter die Sonnenscheindauer, die Niederschläge, Sonnen- und Mondhöfe und -ringe, eine allgemeine Witterungschronik, Oberflächen- und Schneetemperaturen, Beobachtungen bei einem Ballonaufstieg und solche auf Schlittenreisen und einer Station neben dem Gaußberg. Auch hier sind überall höhere Gesichtspunkte wirksam gewesen, vor allem wohl auch schon die gewonnene Erkenntnis von der Stellung der Winterstation gegenüber den klimatischen Gesetzen des im Atlas betrachteten Klimagebietes. Die Verarbeitung geschieht außer im einzelnen auch nach den Wechselbeziehungen hin der meteorologischen Elemente zwischen einander. Auch in diesem Bande wird des Einflusses der Landgestaltung gedacht, und auch hier werden Rückschlüsse auf das unbekannte Innere der Antarktis gezogen. Es wird dargetan, daß im Innern ein schneefreies Zentralgebiet bestehen muß, das von einer schneebedeckten Randzone umgeben ist, die dann der Entstehungsherd der am Rande auftretenden großen Inlandeismassen ist. Nur für den Fall sehr hoher Erhebung des Inlands über den Meeresspiegel (der aber nach den Reisen Shakletons und Amundsens nach dem Südpol der gegebene zu sein scheint) müßte das ganze Inland vergletschert sein, da es dann in die Polarzyklone der allgemeinen Zirkulation des Luftdrucks hinaufreicht und so den bodennahen Antizyklonen entzogen ist.

Mögen diese naturgemäß äußerst spärlichen Auszüge aus den Ergebnissen der Verfasser auch dem Physiker zeigen, daß die Meteorologie und Klimatologie in diesen deutschen Südpolararbeiten eine umfangreiche geophysikalische Arbeit in weiterem Sinne gut geleistet hat und daß diesmal nicht wieder, wie in früheren Zeiten, alle Energie an der Unzahl der Mittelwerte erlahmen mußte.

Potsdam. Nippoldt.

A. Byk, **Einführung in die kinetische Theorie der Gase**. I. Die idealen Gase. (Mathem.-phys. Schriften von E. Jahnke. X/1.) 8. IV u. 102 S. mit 14 Abbildungen. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. M. 2.80, gebunden M. 3.20

Diese Einführung soll eine Mittelstellung einnehmen etwa zwischen der Einleitung zu G. Jägers Fortschritten der kinetischen Gastheorie und O. E. Meyers Kinetischer Theorie der Gase. Der Referent möchte das Werkchen auch als eine Vorstudie zu Boltzmanns Vorlesungen über Gastheorie I angelegentlichst empfehlen. Das Büchlein gliedert sich in Statik und Dynamik der Gase. Der erste Teil beschäftigt sich mit den idealen Gasgesetzen, wobei sowohl elementarere wie strengere Herleitungen gegeben werden, ferner mit dem Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung (erster Beweis von Maxwell, mit Hinweis auf die schwache Seite desselben). Im zweiten Teil werden mittlere Weglängen und Stoßzahl betrachtet, wobei die Temperaturkorrektion nach Sutherland, eine der besten Leistungen des kürzlich verstorbenen Physikers, eingeführt wird. Die Anwendung auf die Probleme der inneren Reibung, Wärmeleitung und Diffusion der Gase geschieht ganz im Anschluß an Boltzmann I, S. 74. Die Behandlung ist daher nicht ganz streng, aber von großer Einheitlichkeit. Auch das Kapitel „Kinetische Gastheorie und Hydrodynamik" ist geeignet, zum Studium des Boltzmannschen Buches anzuregen. Der Schluß des Werkchens gibt eine klare Darstellung der Erscheinungen in verdünnten Gasen, die durch die Namen Kundt und Warburg, Smoluchowski und Knudsen gekennzeichnet sind. Der Referent spricht die Hoffnung aus, daß der 2. Band des Werkchens, der größere Schwierigkeiten bringt, ebenfalls gut gelingen möge.

M. Reinganum.

J. D. van der Waals, **Die Zustandsgleichung.** Rede, gehalten am 12. Dezember 1910 in Stockholm bei Empfang des Nobelpreises für Physik. gr. 8 u. 24 S. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft. 1911. M. 1.20

Der um die Zustandsgleichung hochverdiente Verfasser teilt sein Thema in die vier Hauptpunkte ein: wie er zu seiner Zustandsgleichung kam; wie er selbst zu derselben stand und steht; seine Versuche der letzten vier Jahre, die Unterschiede zwischen Experiment und der Gleichung zu erklären; die Theorie binärer und ternärer Gemische. Nur einige Einzelheiten aus der interessanten Darstellung mögen hier bemerkt werden.

So ist es interessant, daß der Verfasser die Idee zu seiner Gleichung schon mit dem ersten Bekanntwerden mit der Arbeit von Clausius „Über die Art der Bewegung, welche wir Wärme nennen" erhielt. Ferner sein Hinweis, daß er die Unabhängigkeit der Konstante b vom Volumen niemals behauptet hat, sondern schon in seiner Kontinuität Zahlen mitgeteilt hat, nach welchen die Volumkorrektion ganz beträchtlich mit wachsender Dichte abnimmt. Hierin waren und sind aber viele Verfasser noch „päpstlicher als der Papst". Wertvolle Entwicklungen über die sog. „kritischen Beziehungen" bei variablem b enthält der zweite Abschnitt, Im 3. Abschnitt bringt der in der Durcharbeitung und Umarbeitung seiner Theorie Unermüdliche den Begriff der Scheinassoziation, d. h. rein physikalischer Verdichtungen, welche die Abweichungen von seiner Gleichung erklären. In seiner näheren Arbeit hierüber, „Scheinassoziation oder Molekülanhäufung" (Amst. Ak. d. W. Mai 1910), weist v. d. Waals darauf hin, daß er sich hiermit beträchtlich den Anschauungen des Referenten nähert (vgl. dessen Dissertation Göttingen 1899), doch ist seine Behandlung verschieden und geschieht auf Grund der Theorie der binären Gemische. Der 4. Abschnitt, der hauptsächlich den binären Gemischen gilt, enthält auch Hinweise auf andere Konsequenzen der Zustandsgleichung, so auf

das Gesetz der korrespondierenden Zustände und den Joule-Kelvin-Effekt. Schließlich betont der Verfasser mit Recht, wieviel seine Gleichung dazu beigetragen hat, den Glauben an die Realität der Atome zu befestigen. M. Reinganum.

O. Hecker, Beobachtungen an Horizontalpendeln über die Deformation des Erdkörpers unter dem Einfluß von Sonne und Mond. II. Heft. Unter Mitwirkung und mit Beiträgen von O. Meißner. Veröffentl. d. königl. preuß. geodätischen Instituts No. 49. Berlin, P. Stankiewicz. 1911.

Hecker schreibt im Vorwort: „Die vorliegende Veröffentlichung enthält die Beobachtungsresultate, die sich aus den in der Zeit von August 1905 bis Mai 1909 fortlaufend ausgeführten Registrierungen an zwei in einer Tiefe von 25 Metern auf dem Gelände der königl. Observatorien bei Potsdam aufgestellten Horizontalpendeln ergeben haben. Diese Beobachtungen bilden die Fortsetzung und den Schluß einer über die Zeit von Dezember 1902 bis Mai 1905 sich erstreckenden Reihe, deren Resultate in einer im Jahre 1907 unter gleichem Titel erschienenen Veröffentlichung des geodätischen Institutes mitgeteilt sind. Die Ergebnisse, welche sich aus dem Gesamtmaterial ableiten lassen, modifizieren etwas die aus der ersten Reihe abgeleiteten Resultate. Es sei hier kurz das Wichtigste wiedergegeben. Die Beobachtungen führen zu dem Schluß, daß die Starrheit des Erdkörpers in der meridionalen Richtung geringer ist als in der des Parallels. In der zuerst genannten Richtung entspricht der Starrheitskoeffizient etwa dem des Glases, im Parallel ergibt er sich als zwischen dem des Kupfers und dem des Stahls liegend. Die älteren, in Straßburg und Nikolajew ausgeführten, besonders aber die augenblicklich noch in Dorpat unter sehr günstigen Bedingungen fortgeführten Beobachtungsreihen stehen mit diesem Resultat in Einklang. Hypothesen aufzustellen über den Grund dieser Erscheinung, von der noch nicht festzustellen ist, ob sie einen regionalen, speziell das Beobachtungsgebiet betreffenden Charakter hat, oder ob es sich um ein vielleicht mit der Rotation der Erde (Lord Kelvin) zusammenhängendes, allgemein gültiges Gesetz handelt, erscheint verfrüht. Was die Phase der Deformationswelle angeht, so hat sie sich als sehr klein erwiesen. Hiernach ist die innere Reibung bei der Deformation des Erdkörpers als sehr gering anzunehmen. Für eine sehr merkwürdige Erscheinung, die sich aus den Beobachtungen ergibt, nämlich eine sehr starke Asymmetrie der Gezeitenwelle bei großer nördlicher und südlicher Deklination des Mondes, läßt sich vorläufig eine sichere Erklärung nicht geben". Meißner hat die Einwirkung meteorologischer Faktoren auf die scheinbare Lotbewegung untersucht. L. Geiger.

E. Anding, Sechsstellige Tafeln der Besselschen Funktionen imaginären Arguments. 4, IV u. 72 S. Leipzig, Wilhelm Engelmann. 1911. M. 7.—, geb. M. 8.80

Die Fälle sind ja nicht eben häufig, in denen man bisher bei Behandlung naturwissenschaftlicher Aufgaben auf Besselsche Funktionen rein imaginären Argumentes gestoßen ist; aber unter ihnen sind doch so wichtige Probleme, daß man Herrn Anding Dank wissen muß, wenn er jetzt seine Tafeln dieser Funktionen in erweiterter Form in einer besonderen Publikation der allgemeinen Benutzung zugänglich gemacht hat. Der Verfasser ist auf diese Funktionen zuerst in seinen „Kritische Untersuchungen über die Bewegung der Sonne durch den Weltraum" bei der Aufgabe geführt, die Verteilung der scheinbaren Eigenbewegungen an der Sphäre, von der sich mit konstanter Geschwindigkeit durch das Sternsystem bewegenden Sonne aus gesehen, abzuleiten, wenn für die Verteilung der absoluten Geschwindigkeiten in jedem Punkte des Raumes das spezielle „kugelförmige" Maxwellsche Verteilungsgesetz gilt. Neuerdings hat Herr Wilkens die Besselschen Funktionen imaginären Argumentes auf einem ganz anderen Gebiete der Astronomie mit Nutzen verwendet, nämlich bei der Entwicklung der Potenzen der reziproken Entfernung zweier Planeten in ein unendliches Produkt von Fourier-Reihen des Zwischenwinkels, deren Koeffizienten eben Besselsche Funktionen des Verhältnisses der mittleren Entfernungen sind. Diese Besselschen Funktionen rein imaginären Argumentes sind je nach der Ordnung rein reell oder rein imaginär. Ihre reellen Faktoren lassen sich vermöge der zwischen den Funktionen dreier aufeinanderfolgender Ordnungen bestehenden Rekursionsformeln alle auf diejenigen nullter und erster Ordnung reduzieren. Diese sind ganze transzendente Funktionen und haben die für die Berechnung vorteilhafte Eigenschaft, sich für große Argumentwerte x der Funktion $\frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}$ asymptotisch zu nähern, während für kleines x die bekannten, in diesem Falle numerisch stark konvergenten Potenzreihen, die die Funktionen definieren, sich vorzüglich zur Berechnung eignen. Die Gesamtspannweite der Andingschen Tafeln in Argument reicht von 0—1000000; jedoch sind weder die Tafelintervalle, noch die tabulierten Funktionen selbst für die ganze Erstreckung des Argumentes die gleichen; maßgebend dafür sind sowohl Gründe des praktischen Bedürfnisses als auch der Berechenbarkeit.

Auf den erläuternden Text folgen zunächst für $x = 0$ bis $x = 10$ in Intervallen von 0,01 die Besselschen Funktionen $J_0(ix)$ und $\frac{1}{i \cdot x} J_1(ix)$, und zwar ihre Briggschen Logarithmen sechsstellig. Die Berechnung der Funktionen geschieht hier mit Hilfe der Potenzreihen, wobei selbst für $x = 10$ die Mitnahme von 16 Gliedern zur Erreichung der vorgesetzten Genauigkeit genügt. Jenseits $x = 10$ wird die Berechnung dadurch in einfacherer Weise durchgeführt, daß der Faktor, der hauptsächlich das schnelle Anwachsen und das praktische Versagen der gewöhnlichen Potenzreihenentwicklung bedingt, die Exponentialfunktion, abgespalten wird. Man kann für großes Argument praktischerweise setzen:

$$J_0(ix) = f_0(x)\frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}, \quad \frac{J_1(ix)}{i} = f_1(x)\frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}};$$

es sind dann numerisch die Faktoren f_0 und f_1 für $x = 10$: $f_0 = 1{,}013291$, $f_1 = 0{,}961207$ und gehen mit wachsendem x schnell gegen 1. Die f stellt Herr Anding durch semikonvergente Reihen dar, deren erste, für die Berechnung gebrauchte Glieder um so schneller fallen, je größer x ist. Die auf diesem Wege für $x \geq 10$ berechneten Tafeln geben f_0 und f_1 und die Briggschen Logarithmen von $\sqrt{x}\, J_0(ix)$ und $\frac{\sqrt{x}}{i} J_1(ix)$.

Die Tafelintervalle sind:

bis $x = 50$	: 0,1
„ $x = 200$	: 1,0
„ $x = 1000$	: 10
„ $x = 5000$	: 100
„ $x = 20000$	: 1000
„ $x = 200000$	: 10000
„ $x = 1000000$	: 100000.

Ob es wirklich erforderlich ist, die Tabulierung bis zum Argument $x = 1000000$ auszudehnen, erscheint dem Referenten fraglich; denn die zugehörigen Funktionswerte sind hier schon von der Ordnung $10^{434\,294}$; und daß derartige Zahlen in praktisch vorkommenden Problemen bei vernünftiger Wahl der Einheiten und der Rechenanordnung jemals vorkommen können, scheint doch sehr zweifelhaft; höchstens könnten die wirklich gesuchten Werte vielleicht Quotienten derartig großer Zahlen sein; dann aber wird sich schon die formale Rechnung so einrichten lassen, daß nur noch diese Quotienten auftreten; es hätte also wahrscheinlich für die großen Argumentwerte die Tabulierung von f_0 und f_1 genügt.

Dieses kleine Zuviel kann aber natürlich den Wert der Veröffentlichung nicht im mindesten herabsetzen.

A. v. Brunn.

M. v. Rohr, Die optischen Instrumente. 2. Auflage. (Aus Natur und Geisteswelt. 88. Bändchen.) 16. 140 S. m. 88 Abbildungen. Leipzig, B. G. Teubner. 1911. M. 1.—, gebunden M. 1.25

Die zweite Auflage des bekannten Büchleins weist nicht unwesentliche Verbesserungen gegenüber der ersten auf. Zahlreiche kleinere Änderungen finden sich im Text zerstreut und beziehen sich meist auf die strengere Zurückführung der Darstellung auf die Gullstrandschen Ansichten und auf historische Notizen. — Vollständig neu bearbeitet und von 5 auf 9 Seiten vermehrt ist der Abschnitt über Brillen und Lesegläser. Neu hinzugekommen sind zwei kürzere Abschnitte über „Instrumente zur Betrachtung von Körperhöhlen" (Kystoskop, Laryngoskop usw.) und über die „Periskope für Unterseeboote". Sämtliche Veränderungen stellen in hohem Maße Verbesserungen dar. Das Büchlein muß aufs wärmste empfohlen werden. — Bedauerlich ist, daß Teubner die zweite Auflage auf so schlechtes Papier gedruckt hat.

Felix Jentzsch.

Tagesereignisse.

Der Kaiserlich russischen Akademie der Wissenschaften sind jetzt 10000 Rubel zur Erforschung der Fundstätten von radioaktiven Mineralien in Rußland zur Verfügung gestellt worden. Bereits im vorigen Jahre sind zum Zwecke der Erforschung dieser Fundstätten besondere Expeditionen in den Ural, in das Ferghanagebiet und in den Kaukasus ausgerüstet worden, die nur wertvolles Material zusammenbrachten. In ähnlicher Weise sollen in diesem Sommer Expeditionen, die aus zehn Sachverständigen bestehen, in den Ural, den Kaukasus, nach Transkaukasien und Sibirien ausgerüstet werden.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität in München Dr. L. Kalb für Chemie, Dr. A. Rosenthal und Dr. H. Dingler für Mathematik, an der Technischen Hochschule in Berlin Dr. L. W. Günther für Photogrammetrie, an der Universität in Göttingen Dr. P. Hertz für Physik und Dr. E. Hecke für Mathematik.

Ernannt: Ständiger Mitarbeiter Dr. H. v. Steinwehr an der Physikalisch-technischen Reichsanstalt in Berlin zum Professor und Mitglied, und die Assistenten Dr. E. Groschuff, Dr. R. Lindemann und Dr. W. Heuse zu ständigen Mitarbeitern dieser Anstalt, Dr. Ernest Anderson zum Assistant-Professor der allgemeinen und physikalischen Chemie am Massachusetts Agricultural College in Amherst, Mass., T. R. Briggs zum Dozenten für Chemie am Worcester Polytechnic Institut in Worcester, Mass., James A. Gibson zum Assistant-Professor der analytischen Chemie an der Landesuniversität in Columbia, Miss., der Privatdozent an der Universität München Dr. M. Laue zum a. o. Professor für theoretische Physik an der Universität in Zürich, Dr. Cl. E. May und Dr. F. C. Mathers zu a. o. Professoren der Chemie an der Landesuniversität in Bloomington, Ind., der Privatdozent der physikalischen Chemie Professor Dr. Alfred Bucherer an der Universität in Bonn zum ord. Honorarprofessor ebenda, der Dozent der Physik an der Technischen Hochschule zu Moskau Dr. P. Lasareff zum Vorstand des Physikalischen Lebedewschen Laboratoriums der Moskauer städtischen Universität (Stiftung Schaviawski), Dr. R. F. Baunel an der Universität Syracuse, N. Y., zum a. o. Professor der organischen Chemie am Bryn Mawr College in Bryn Mawr, Pa., Professor Arthur Michael vom Tufts College und Professor Elmer P. Kohler vom Bryn Mawr College zu Professoren für organische Chemie an der Harvard University, Dr. J. A. Fleming zum Professor der Elektrotechnik an der University in London, Professor Dr. Ernst Orlich von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin zum ord. Professor der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Berlin, Dr. Howard B. Haskins zum a. o. Professor der Chemie an der Western Reserve University in Cleveland O., der ord. Professor für physiologische Chemie an der Universität von Illinois in Urbana Dr. Philip B. Hawk zum Professor der Chemie am Jefferson Medical College in Philadelphia, Pa.

Berufen: Der nicht etatmäßige a. o. Professor der Chemie Dr. A. Darapski in Heidelberg als etatmäßiger Professor der Chemie an die Städtische Handelshochschule in Köln.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Radioaktivität und radioaktive Substanzen Dr. Ing. M. Weidig der Titel Professor.

Ehrung: Der Direktor des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam Professor Dr. K. Schwarzschild wurde zum ordentlichen Mitglied der physikalisch-mathematischen Klasse und der ord. Professor der mathematischen Physik Geh. Regierungsrat Dr. M. Planck in Berlin zum beständigen Sekretär für die physikalisch-mathematische Klasse der Kgl. Preußischen Akademie der Wissenschaften in Berlin ernannt.

Preise: Aus der vom Erzherzog Rainer der Wiener Akademie der Wissenschaften gespendeten Stiftung von K. 100000,— sind die ersten Zuwendungen von der Akademie erfolgt. Von der mathematisch-physikalischen Klasse erhielt sie ihr Mitglied Professor Dr. Rudolf Wegscheider.

Gesuche.

Physiker und Mathematiker

Staatsexamen Note II, pens. Offiz. sucht dauernde Anstellung an physik. Laborat. oder Werkstätte für Präzisionsmechanik. Gefl. Offerte unter **M. E. 8828** befördert **Rudolf Mosse, München.**

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

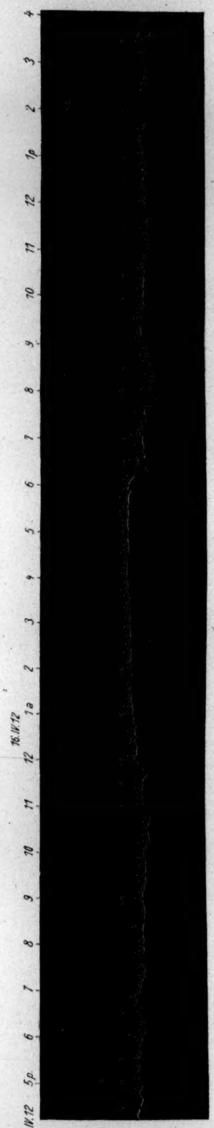


Fig. 1.

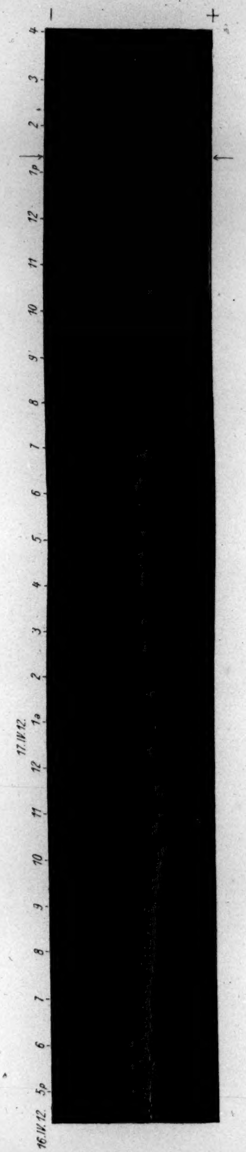


Fig. 2.

K. Bergwitz, Die Registrierung des atmosphärischen Potentialgefälles am 16. und 17. April (Tag der Sonnenfinsternis) zu Braunschweig.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.